

А. С. Трофимов, Я. В. Сердюков (Краснодар, КубГТУ).
Мнимо-частотная аппроксимация передаточной функции задачи нестационарной теплопроводности.

Мнимо-частотные аппроксимации позволяют получить аналитические решения даже в тех случаях, если исходные функции являются трансцендентными и, следовательно, их оригиналы отсутствуют. Например, для задачи теплопроводности полубесконечного теплоизолированного на поверхности стержня, к торцу которого подводится тепловой поток $q(t)$. Решение уравнения в изображениях по Лапласу имеет вид [1]:

$$\bar{T}(x, p) = \bar{q}(p) \left(\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{a}} + cp \right)^{-1} \exp \left\{ - \frac{x}{\sqrt{a}} \sqrt{p} \right\}. \quad (1)$$

В передаточной функции имеет место произведение двух трансцендентных функций. Аппроксимируем их в области мнимых частот [2]: $f(z) = e^{-z}$ заменяем на

$$g(z) = \frac{0,58}{0,58 + z}, \quad \text{где } z = \frac{x}{\sqrt{a}} \sqrt{p}. \quad (2)$$

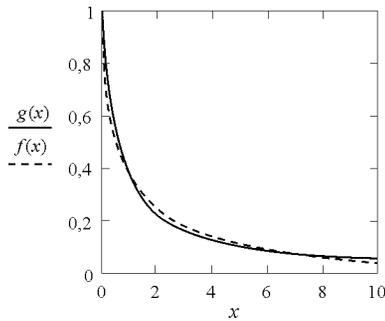


Рис. 1

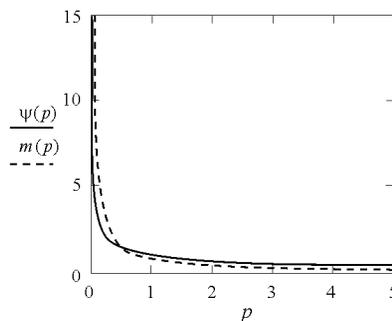


Рис. 2

Функцию $\psi(p) = 1/\sqrt{p}$ заменяем на $m(p) = 30/(p(40+p))$. В этом случае получим приближенную передаточную функцию в дробно-рациональном виде:

$$\frac{1}{c(pl_1 + p^2l_2 + p^3l_3 + p^4l_4)}, \quad (3)$$

где

$$l_1 = \frac{40}{30\sqrt{a}} + c, \quad l_2 = \frac{1}{30\sqrt{a}} + \frac{1600x}{522a} + \frac{40xc}{17,4\sqrt{a}}, \quad l_3 = \frac{80}{522a} + \frac{xc}{17,4\sqrt{a}}, \quad l_4 = \frac{x}{522a}.$$

Корни знаменателя (3) различны и их можно вычислить в Mathcad'e, зная теплофизические коэффициенты (1), что позволяет получить табличный оригинал импульсной переходной функции в любой точке x стержня.

Погрешность функции не превышает погрешностей аппроксимации (до 5%) [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шашков А. Г.* Системно-структурный анализ процесса теплообмена и его применение. М.: Энергоатомиздат, 1983, 280 с.
2. *Трофимов А. С., Судаков А. В.* Задачи нестационарного тепломассопереноса. Л.: Атомэнергоиздат, 2005.
3. *Орурк И. А.* Новые методы синтеза линейных и некоторых нелинейных динамических систем. М.–Л.: Наука, 1965.