

Е. П. Фадеева, Л. М. Рабинович (Набережные Челны, Казань, ИЭУиП). **Функция риска чистого дисконтированного дохода как механизм управления инвестиционным риском.**

В работе, представленной данным сообщением, выявляется роль экстремумов функции риска $R(z)$ чистого дисконтированного дохода NPV инвестиционного проекта с ключевыми параметрами, распределенными по закону хи-квадрат или по логарифмически-нормальному закону.

Как известно, *функцией риска* (или *интенсивностью смертности*) случайной величины $Z = NPV$ называется функция $R(z) = F'(z)/(1 - F(z))$, где $F(z) = \mathbf{P}\{Z < z\}$ — функция распределения случайной величины Z , $S(z) = \mathbf{P}\{Z \geq z\} = 1 - F(z)$ — функция ее выживания. По аналогии с теорией надежности, $R(z) dz$ приблизительно равно вероятности того, что инвестиционный проект станет убыточным при значениях случайной величины $Z = NPV$, принадлежащих интервалу $(z, z + dz)$ при условии, что проект был безубыточен при значениях $Z = NPV$, меньших числа z : $R(z) dz \approx \mathbf{P}\{z < NPV < z + dz | NPV > z\}$.

В прежних работах авторов показано, что при распределении ключевых параметров P и Q по логнормальному закону с параметрами $(m; \sigma)$ и $(\mu; \rho)$ соответственно, NPV будет иметь тоже логнормальное распределение с параметрами $M = m + \mu$, $D = \sqrt{\sigma^2 + \rho^2}$.

Функция риска $R(z)$ случайной величины NPV с такими параметрами будет иметь максимум. Для нахождения критической точки (точки, подозрительной на экстремум) примем $M = D = 1$. Используя численные методы решения трансцендентных уравнений, установим, что точка $z = 0,6185$ (млн. руб., млн. \$, тыс. руб.) является точкой максимума функции риска. Именно это значение чистого дисконтированного дохода максимально способствует переводу инвестиционного проекта из разряда доходных в разряд убыточных.

Аналогично, при $M = 1$, $D = 0,6$ можно показать, что функция риска $R(z)$ достигает максимума (а случайная величина NPV наиболее интенсивна) при $NPV_{\max} = 1,2$ и это значение равно $R_{\max} = R(NPV + 1,2) = 1,4$.

Таким образом, близость значения NPV к числу $NPV_{\max} = 1,2$ максимально способствует (с наибольшей вероятностью) переводу инвестиционного проекта из разряда безубыточных в разряд убыточных и, следовательно, устроителям проекта необходимо избегать ситуации близости NPV к $NPV_{\max} = 1,2$.

Более того, из представления функции риска $R(z)$ видно, что при $z \rightarrow \infty$ ($NPV \rightarrow \infty$) функция риска стремится к нулю, причем стремление это достаточно медленное.

При распределении ключевых факторов P и Q по закону хи-квадрат с параметрами v и α , связанными соотношением $(v - \alpha)/2 = n + 1/2$ или $v = \alpha + 2n + 1$, с использованием известных формул для цилиндрических функций Макдональда $K_{n+1/2}(z)$, гамма-функции $\Gamma(z)$ и неполной гамма-функции $\gamma(\alpha; z)$ для функции риска $R(z)$ удастся найти точки максимума $NPV_{\max}$ при заданных значениях параметров v и α .

Например, при $v - \alpha = 1$ ($n = 0$) можно показать, что если $0 < v \leq 4$, то функция риска $R(z)$ чистого дисконтированного дохода NPV является монотонно убывающей функцией, стремящейся к нулю при $NPV \rightarrow \infty$. Однако при всех $v \geq 5$ функция риска $R(z)$ имеет максимум, причем точками максимума являются следующие значения NPV :

$$NPV_{\max} = \begin{cases} 8,674115, & \text{при } v = 5, \\ 25,10449, & \text{при } v = 6, \\ 49,12753, & \text{при } v = 7, \\ \text{и т. д.} \end{cases}$$

Таким образом, при указанных значениях $NPV_{\max}$ функция риска принимает максимальное значение и, значит, устроители проекта должны строго следить за тем, чтобы значение NPV не приближалось к значению $NPV_{\max}$, которое, как у-

же указывалось, максимально способствует переводу исследуемого инвестиционного проекта из разряда доходных в разряд убыточных с большой вероятностью.