Р. К. Х а л к е ч е в (Москва, МГГУ)**. Математическое моделирование стихийных явлений. Теоретико-катасрофическая модель оползней.**

Часть породного массива, которая может быть подвержена оползневому процессу, на склоне находится в состоянии неустойчивости. Неустойчивость этой системы можно разделить на глобальную и локальную. Система стремится занять положение, при котором она будет иметь минимум потенциальной энергии: с одной стороны, сползти со склона, что является проявлением глобальной неустойчивости; с другой — одновременно прийти к устойчивому равновесию без изменения места своего положения в массиве. Это может быть осуществлено путем вращения его как целого в сторону кратчайшего расстояния до горизонтального положения — это проявление локальной неустойчивости.

Итак, стремление к синхронной реализации глобальной и локальной неустойчивости, удерживаемое связью системы с породами в массиве, ответственно за макроскопическое сложнонапряженное состояние в ней и, как следствие, определяет расположение поверхности сдвижения в массиве.

Эти два вида неустойчивостей по-разному проявляются в зависимости от конфигурации системы и распределения массы горных пород в нем. К примеру, если система имеет шаровую конфигурацию при равномерном распределении массы, то она безразлична к вращениям. Но при неравномерном распределении массы это безразличие по отношению к нелокальной неустойчивости теряет силу.

Рассмотрим жесткую двумерную систему, произвольным способом выделенную из массива, без учета сил сцепления. На нее действует со стороны массива результирующая вертикальная сила, приложенная к центру тяжести заглубленной в массив части системы. Этот центр тяжести совпадает с геометрическим центром тяжести заглубленной части. Причем для каждого угла отклонения от вертикали, если система вообще может держаться на склоне при этом, будет иметься единственная высота H, при которой силы, действующие на систему, будут уравновешены. На языке теории катастроф [1], [2] величину H мы можем назвать несущественной переменной и параметризовать положение системы при изучении положений локального равновесия с помощью одного угла φ.

Итак, каждому значению φ соответствует значение H, а, значит, определенная конфигурация заглубленной части системы со своим геометрическим центром тяжести $C(\varphi)$.

Для того чтобы система находилась в равновесии, необходимо, чтобы вес P и вертикальная выталкивающая сила R не только должны быть равными по величине, но и направлены вдоль одной и той же вертикальной прямой. Иначе, пара сил P и R создает вращательный момент, равный произведению их общей величины на расстояние между прямыми, вдоль которых они действуют, который стремится уменьшить φ. Таким образом, локальная неустойчивость проявляется в стремлении к равновесию путем вращения системы как целого вглубь массива. В большинстве своем $C(\varphi)$ изменяет свое положение при изменении φ и поэтому оказываются возможными ситуации, когда центр тяжести системы T расположен выше, чем $C(\varphi)$, не на одной вертикальной прямой, и отклонение от положения $\varphi = 0$ вызывает вращательный момент, обеспечивающий устойчивость прямого положения ($\varphi = 0$) системы. Отсюда локальная устойчивость зависит от того, каким образом меняется положение $C(\varphi)$ в зависимости от φ.

Определим график функции $C(\varphi)$ для прямоугольной в сечении системы шириной $2a$ с прямыми вертикалями. Допустим, что она наклонилась на угол φ с $\operatorname{tg}\varphi = k$. Выберем систему координат x, y, жестко связанную с системой. Линия возможного заглубления системы в массив, выше которой делает точку $C(\varphi)$ фиксированной точкой опоры, имеет уравнение $y = b + h$ при $\varphi = 0$.

Пусть часть системы, лежащая ниже данной линии, имеет геометрический центр тяжести (O, C) и площадь S. Геометрический центр тяжести $C(\varphi) = (X, Y)$ можно найти, рассчитав моменты: 1) относительно оси x

$$Y\,S_0 = CS + \left[b + \frac{1}{2}(h - ak)\right] 2a(h - ak) + \left[b + (h - ak) + \frac{2}{3}ak\right]\left(\frac{1}{2}2a\,2ak\right),$$

где S_0 — заглубленная площадь. Отсюда для Y имеем

$$y = \frac{(CS + 2bah + ah)^2}{S + 2ah} + \frac{a^3}{3(S + 2ah)}k^3;$$

2) относительно оси y

$$X\,(S + 2ah) = -\frac{a}{3}\left(\frac{1}{2}2a\,3ak\right),$$

отсюда для X

$$X = -\frac{2a^3}{3(S + 2ah)}.$$

Так как C, a, h и S — константы при фиксированном весе системы, то можно записать $X = -2dk$, $Y = C + dk^2$, где d и k — комбинированные константы. Отсюда для графика функции $C(\varphi) = (X, Y)$ имеем $Y = C + (4d)^{-1}X^2$, откуда заключаем, что он представляет собой параболу.

Если центр тяжести T системы находится ниже острия «клюва», то равновесие при $\varphi = 0$ будет устойчивым, а если же выше, то неустойчивым. В другом случае имеются два новых устойчивых положения равновесия, в которых система имеет небольшой уклон в ту или иную сторону.

Величина $C(\varphi)$ может быть фиксированной точкой опоры для системы. Это может иметь место в реальных условиях на вогнутом участке борта карьера или склона при полной заглубленности системы в массив. В этом случае для локальной устойчивости нелюдимо, чтобы центр тяжести T системы был расположен на одной прямой и ниже $C(\varphi)$. В противном случае, если при тех же условиях T расположена выше $C(\varphi)$, то смещение вызывает вращение, приводящее к положению, при котором T и $C(\varphi)$ меняются местами. На борту карьера при вогнутом профиле по глубине смещение предопределено так, что вращение может произойти вглубь массива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арнольд В. И.* Теория катастроф. М.: Наука, 1990, 128 с.
2. *Постон Т.*, *Стюарт И.* Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980, 608 с.