Ф. И. Цитович (Москва, ИППИ РАН)**. Субоптимальные последовательные правила проверки гипотез при слабых возмущениях наблюдений.**

В работе, представленной данным сообщением, рассматривается задача построения асимптотически субоптимальной последовательной процедуры проверки гипотез, когда множество возможных распределений является непараметрическим. Допустимыми считаются процедуры, обеспечивающие заданную верхнюю границу для максимальной вероятности ошибки. Функцией риска процедуры является максимальное среднее значение продолжительности наблюдений для всех распределений из гипотезы.

Будем решать задачу проверки сложных гипотез $\mathcal{H}_1\colon\ f \in \mathcal{G}_1$ $\mathcal{H}_2\colon\ f \in \mathcal{G}_2$, где $\mathcal{G}_i := \{g_{i,h}\colon\ g_{i,h_i}(x) = g_i(x)(1+h_i(x))\}$, $g_i(x)$ — плотности относительно меры μ, задающие гипотезы $\mathcal{H}_i$, причем $h_i(x)$ таковы, что $\sup_{-\infty<x<+\infty}|h_i(x)| \leqslant \varepsilon < 1$, $\int_{-\infty}^{+\infty} g_{i,h_i}(x)\,d\mu(x) = 1$.

Рассматриваются только последовательные процедуры проверки гипотез $d = \langle\tau,\delta\rangle$, состоящие из момента остановки τ и решающего правила δ (если $\delta = i$, $i = 1,2$, то принимаем гипотезу $\mathcal{H}_i$), обеспечивающие заданный уровень вероятности ошибки принятия неправильного решения, т. е. при всех $i \neq j$ выполнено $\sup_{f\in\mathcal{G}_j}\int_{\delta=i} f(x)\,d\mu(x) \leqq \alpha$.

О п р е д е л е н и е. Назовем допустимую процедуру $d^* \in \mathcal{D}(\alpha)$ *субоптимальной*, если

$$\lim_{\varepsilon\to 0} J_{\mathcal{H}_i}(d^*) = \lim_{\varepsilon\to 0}\inf_{d\in\mathcal{D}(\alpha)} J_{\mathcal{H}_i}(d). \tag{1}$$

Смысл определения состоит в том, что при сжимании окрестностей заданных распределений g_1 и g_2 до нуля получаем асимптотически оптимальную процедуру при $\alpha \to 0$.

Построена процедура d_0, для которой справедливо утверждение.

Теорема. *Пусть для некоторого числа* $b > 0$

$$\mathbf{E}_{g_i}\left|\ln\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right|^{1+b} \leqslant C_i < \infty.$$

Тогда процедура d_0 *является субоптимальной, при этом скорость сходимости в* (1) *порядка* ε.

Аналогичный результат справедлив для многоэтапных последовательных процедур при дополнительном ограничении на решающее правило: разрешается использовать только этапы с заранее заданной продолжительностью и решение о справедливости какой-то из гипотез принимается после окончания этапа, если стоимости этапов и стоимости экспериментов согласованы.