

Г. Ш. Ц и ц и а ш в и л и (Владивосток, ИПМ ДВО РАН). **Вычисление надежности рекурсивно определимых двухполюсников.**

Работа, представленная данным сообщением, посвящена алгоритмам вычисления надежности рекурсивно определимых двухполюсников. У двухполюсника общего вида число арифметических операций, необходимых для вычисления надежности, растет в геометрической прогрессии от числа его ребер. Однако в приложениях к физике твердого тела, физике поверхности и к нанотехнологиям большой интерес вызывают рекурсивно определимые двухполюсники. В работе доказывается, что у таких двухполюсников число арифметических операций, необходимых для вычисления надежности, растет не быстрее линейной функции от числа ребер.

Под двухполюсником понимается неориентированный граф Γ с конечным множеством вершин U , с множеством ребер W и выделенной начальной и конечной вершинами. Рассмотрим двухполюсник Γ_0 с множеством вершин $U = \{u_0, u_1, u_2, u_3\}$ и множеством ребер $W = \{w_1 = (u_0, u_1), w_2 = (u_0, u_2), w_3 = (u_1, u_3), w_4 = (u_2, u_3), w_5 = (u_1, u_2)\}$. Вершина u_0 является начальной, а вершина u_3 — конечной. В теории надежности данная схема называется *мостиковой*, а ребро w_5 — *мостиковым элементом*. Надежность мостиковой схемы $P = P(p_1, \dots, p_5)$ в предположении, что $w_1, \dots, w_5$ работают независимо с вероятностями $p_1, \dots, p_5$, соответственно, рассчитывается по формуле

$$P = p_5[1 - (1 - p_1)(1 - p_2)][1 - (1 - p_3)(1 - p_4)] + (1 - p_5)[1 - (1 - p_1 p_3)(1 - p_2 p_4)]. \quad (1)$$

Для определения надежности требуется $n(\Gamma_0) = 14$ арифметических операций.

Определим рекурсивно класс мостиковых схем $\mathcal{B}$: 1) совокупность ребер $w_1, w_2, \dots$, работающих независимо с вероятностями $p_1, p_2, \dots$, принадлежит $\mathcal{B}$; 2) если двухполюсники $\Gamma_1, \dots, \Gamma_5 \in \mathcal{B}$ и состоят из непересекающихся наборов ребер, то их суперпозиция Γ' , составленная путем замены в графе Γ_0 ребер $w_1, \dots, w_5$ на двухполюсники $\Gamma_1, \dots, \Gamma_5$, соответственно, принадлежит $\mathcal{B}$.

Число ребер $m(\Gamma')$ суперпозиции Γ' находится по формуле $m(\Gamma') = m(\Gamma_1) + \dots + m(\Gamma_5)$, где $m(\Gamma_i)$ — число ребер двухполюсника Γ_i . Надежность $P(P_1, \dots, P_5)$ суперпозиции двухполюсников Γ' находится по формуле (1) и для ее вычисления требуется $n_p(\Gamma') = n_p(\Gamma_0) + n_p(\Gamma_1) + \dots + n_p(\Gamma_5)$ арифметических операций, где $n_p(\Gamma_1), \dots, n_p(\Gamma_5)$ — число арифметических операций, необходимых для расчета надежностей $P_1, \dots, P_5$. Отсюда по индукции находим, что

$$n_p(\Gamma') \leq n_p(\Gamma_0)(m(\Gamma') - 1), \quad \Gamma' \in \mathcal{B}. \quad (2)$$

З а м е ч а н и е. Построен алгоритм рекурсивного вычисления надежности мостиковых схем из класса $\mathcal{B}$ по образующему двухполюснику Γ_0 и для него получена верхняя линейная по $m(\Gamma')$ оценка (2) числа арифметических операций. Эти результаты можно распространить на случай, когда имеется конечное множество $\mathcal{G} = \{\Gamma\}$ образующих двухполюсников, если в формуле (2) заменить $n(\Gamma_0)$ на $\max_{\Gamma \in \mathcal{G}} n(\Gamma)$. Данный алгоритм можно применять для вычисления длины кратчайшего пути и величины максимального потока в рекурсивно определимых двухполюсниках с известными параметрами ребер, сохраняя верхнюю линейную оценку числа арифметических операций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06-01-00063а.