

Г. Р. Шарифуллина, Л. Ю. Фадеева (Набережные Челны, НЧФИЭУиП; Казань, КГТУ). Асимптотическое поведение функции риска чистого дисконтированного дохода при распределении ключевых параметров проекта по законам Максвелла и Релея.

В последнее время в риск-менеджменте достаточно заметную роль стала играть функция риска случайной величины, называемая также *интенсивностью ее смертности*: $R(x) = f(x)/(1 - F(x))$, где $F(x)$ — функция распределения случайной величины Z , $f(x) = F'(x)$ — плотность ее вероятности, $S(x) = \mathbf{P}\{Z > x\} = 1 - F(x)$ — функция выживания случайной величины Z .

В работе, представленной данным сообщением, приведены результаты исследования функции риска (интенсивности смертности, или, говоря языком риск-менеджмента, убыточности) чистого дисконтированного дохода ($Z = NPV$), ключевые факторы которого Q — объем выпуска и $P^* = P - V$ (P — цена единицы продукции, V — условно-переменные затраты) имеют распределение Релея с параметром α и, соответственно, Максвелла — с параметром β , и, наоборот, Q имеет распределение Максвелла, а P^* — распределение Релея.

В работе [1] показано, что функция распределения случайной величины $Z = NPV$ (чистого дисконтированного дохода) в этих двух случаях имеет вид

$$\text{I. } F(w) = \mathbf{P}\{NPV < w\} = \mathbf{P}\{QP^* < u\} = 1 - e^{-2\alpha\beta u} - 2\alpha\beta u e^{-2\alpha\beta u}, \quad (1)$$

$$\text{II. } F(w) = \mathbf{P}\{NPV < w\} = \mathbf{P}\{QP^* < u\} = 1 - e^{-2\alpha\beta u}(1 + 4\alpha\beta u)/2, \quad (2)$$

где

$$u = u(w) = \frac{w + I_0}{\rho} - A + (F + A)(1 - T), \quad \rho = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1 + r)^t}, \quad (3)$$

I_0 — инвестиции, A — амортизация, F — условно-постоянные затраты, T — налог на прибыль, r — ставка дисконтирования, n — срок проекта.

Функции риска для обоих исследуемых случаев примут вид:

$$R_{\text{I}}(w) = \frac{F'(w)}{S(w)} = \lambda \frac{\lambda w - \ln \varepsilon}{1 - \ln \varepsilon + \lambda w}, \quad R_{\text{II}}(w) = \lambda \frac{2\lambda w - 2 \ln \varepsilon - 1}{2\lambda w - 2 \ln \varepsilon + 1},$$

где для удобства исследования введены обозначения:

$$\lambda = \frac{2\alpha\beta}{\rho}, \quad \varepsilon = e^{-2\alpha\beta B}, \quad B = \frac{I_0}{\rho} - A + (F + A)(1 - T) = u_0 = u(w = 0).$$

Исследование функций риска на экстремум:

$$R'_{\text{I}}(w) = \frac{\lambda^2}{(1 - \ln \varepsilon + \lambda w)^2} > 0, \quad R'_{\text{II}}(w) = \frac{4\lambda^2}{(1 + 2\lambda w - 2 \ln \varepsilon)^2} > 0,$$

приводит к выводу, что обе эти функции $R_{\text{I}}(w)$ и $R_{\text{II}}(w)$ являются возрастающими при всех $w \geq 0$ и не имеют экстремумов в области задания функции.

При $w \rightarrow +\infty$ обе эти функции асимптотически стремятся к положительному числу $\lambda = 2\alpha\beta/\rho$, все время оставаясь меньше этого числа. Таким образом, горизонтальная прямая $y = \lambda$ является асимптотой сверху для обеих функций риска $R_{\text{I}}(w)$ и $R_{\text{II}}(w)$.

Итак, при стремлении чистого дисконтированного дохода NPV к ∞ скорость убыточности (интенсивность смертности — функция риска) обоих инвестиционных проектов неуклонно возрастает, однако не превосходит числа $\lambda = 2\alpha\beta/\rho$, приближаясь к нему асимптотически снизу.

Это означает, что при распределении ключевых факторов чистого дисконтированного дохода NPV по законам Релея и Максвелла скорость убыточности проектов не только не превзойдет некоего положительного числа при любых достаточно больших значениях NPV , но и станет постоянной величиной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рабинович Л. М., Фадеева Е. П.* Новый аналитический способ оценки инвестиционного риска. — В сб. материалов Международной научно-практической конференции: Актуальные проблемы современной экономики России (4 февраля 2008 г.). Казань: Изд-во НПК «РОСТ», 2008, с. 294–298.