

Б. М. Я з ы е в (Ростов-на-Дону, РГСУ). **Технологические напряжения на стадии охлаждения жесткого полимерного связующего.**

Проблема технологической монолитности намоточных цилиндрических изделий из полимерных композитных материалов актуальна и рассматривается во многих научных трудах. В работах последних лет исследуются технологические напряжения, возникающие на стадии охлаждения цилиндра. Это связано с тем, что на стадии охлаждения изделия возникающие технологические напряжения достигают максимальной величины и возможно визуальное наблюдение потери монолитности изделия.

В известных работах [1], [2] проведено исследование технологических напряжений в цилиндрах на протяжении всего процесса изготовления. В [2] учитываются микронапряжения, возникающие вследствие усадки терморезактивного связующего, однако расчет проведен на основе предположения об однородном распределении температуры и, следовательно, степени отверждения в процессе термообработки.

Применяемые на практике режимы термообработки изделия часто соответствуют такому предположению. Однако такие режимы с температурным полем, близким к однородному на протяжении всего процесса термообработки, очевидно, далеко не оптимальны с точки зрения обеспечения минимума времени изготовления. Стремление к уменьшению времени изготовления неизбежно приведет к необходимости увеличения неоднородности температурно-конверсионного поля в изделии в процессе термообработки.

В качестве уравнения состояния для полимерного цилиндра примем обобщенное уравнение Максвелла и совместно с уравнениями, приведенными ниже, будем иметь полную систему относительно шести функций: двух смещений и четырех компонент высокоэластических деформаций.

Для решения осесимметричной задачи термолзучести с учетом двумерной неоднородности материала был применен вариационно-разностный метод. Исходные уравнения удобно представить в дивергентном виде:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\lambda}{r} \right) (r, u)_{,r} \right]_{,r} + \frac{2}{r} [r\mu(u)_{,r}]_{,r} - \frac{2\mu u}{r^2} + [\mu(u)_{,z}]_{,z} + [\lambda(w)_{,z}]_{,r} \\ & + [\mu(w)_{,r}]_{,z} - 3(K\varepsilon_T)_{,r} - 2(\mu\varepsilon_{rs}^*)_{,r} - 2\mu \frac{(\varepsilon_{rs}^* - \varepsilon_{\theta s}^*)}{r} - 2(\mu\varepsilon_{rs}^*)_{,z} = 0, \\ & \left[\left(\frac{\lambda}{r} \right) (\mu u)_{,r} \right] + [(\lambda + \mu)(w)_{,z}]_{,z} - \frac{1}{r} [r\mu(w)_{,r}]_{,r} \\ & - 3(K\varepsilon_T)_{,z} - 2(\mu\varepsilon_{rs}^*)_{,r} - 2\mu \frac{(\varepsilon_{rs}^*)}{r} - 2(\mu\varepsilon_{rs}^*)_{,z} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Необходимо отметить, что дифференциальный оператор системы (1) самосопряжен и положительно определен. При рассмотрении осесимметричной задачи термолзучести для полого кругового цилиндра областью интегрирования является прямоугольник, образованный пересечением цилиндра с вертикальной плоскостью, проходящей через оси координат r и z : $a \leq r \leq b$, $0 \leq z \leq H$.

Напомним, что в задачах, которые рассмотрены в работе, представленной данным сообщением, граничные условия могут быть поставлены в напряжениях:

$$\sigma_r(\alpha, z) = -P_\alpha, \quad \tau_{rz}(\alpha, z) = 0, \quad \alpha = a, b, \quad (2)$$

$$\sigma_z(r, \beta) = -P_\beta, \quad \tau_{rz}(r, \beta) = 0, \quad \beta = 0, H. \quad (3)$$

На торцевых поверхностях граничные условия могут быть поставлены следующим образом:

$$u(r, \beta) = u_\beta, \quad w(r, \beta) = w - \beta, \quad \beta = 0, H. \quad (4)$$

Резюме раздела: краевая задача термоползучести описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных (1) с граничными условиями (2)–(4). Добавив к (1) обобщенное уравнение Максвелла [2], имеем полную систему исходных уравнений.

Дифференциальный оператор системы уравнений самосопряжен и положительно определен. В силу этого разностная схема была построена методом аппроксимации функционала, сохраняющим данное свойство и для сеточной задачи. В соответствии с вариационным принципом Лагранжа решение системы дифференциальных уравнений одновременно доставляет минимум функционалу полной энергии системы:

$$I = W - \int_V (Ru - Zw) dV - \int_S (\bar{R}u - \bar{Z}w) ds,$$

где W — потенциальная энергия упругой деформации, $R, Z, \bar{R}, \bar{Z}$ — соответственно компоненты объемной силы и поверхностной нагрузки.

Согласно методу аппроксимации функционала интегралы вычислялись по формулам численного интегрирования, а входящие в него производные заменялись разностными отношениями. Система разностных уравнений относительно неизвестных в узлах сетки получается из условия минимума аппроксимирующего функционала

$$\frac{\partial I_h}{\partial U_{ij}} = 0; \quad \frac{\partial I_h}{\partial W_{ij}} = 0; \quad i = 0, 1, 2, \dots, N_r, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_z.$$

Разностная схема является консервативной в смысле соблюдения вариационного принципа Лагранжа и обладает вторым порядком точности.

Для расчета напряжений термоползучести в полимерном цилиндре был применен вариационно-разностный метод, позволяющий учесть двумерную неоднородность материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В. А. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.: 2002.
2. Языев Б. М. Нелинейная ползучесть непрерывно неоднородных цилиндров. Дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук. М.: 1990, 171 с.