

А. Е. А да м о в и ч, В. Н. К а р м а з и н (Краснодар, КубГУ). **Решение линейных интегральных уравнений первого рода Вольтерра и Фредгольма с помощью искусственных нейронных сетей.**

В работах [1], [2] рассматривалась задача восстановления спектров посредством решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС). В работе, представленной данным сообщением, нами рассматривается общий подход к решению интегральных уравнений как Вольтерра, так и Фредгольма первого рода с помощью ИНС. Как известно, уравнения первого рода Вольтерра и Фредгольма относятся к классу обратных некорректных задач, что означает в первую очередь неустойчивость их решений. Получение корректных результатов при решении такого рода задач возможно только при использовании дополнительной априорной информации об искомой функции: ограниченность, гладкость, монотонность. ИНС обладают способностью к обобщению входной информации, что позволяет выделять в исследуемых сигналах основные закономерности и удалять случайный шум, неизбежно присутствующий в результатах эксперимента. В работе нами использовалась функция тренировки на основе обратного распространения ошибки с использованием байесовской регуляризации. Алгоритм модифицирует значения весов и смещений в соответствии с алгоритмом оптимизации Левенберга–Маркарта. При этом минимизируется комбинация квадратов ошибок и весов, затем определяется скорректированная комбинация, которая обеспечивает улучшение обобщающей способности сети.

В работе решались интегральные уравнения первого рода следующего вида:

$$\begin{aligned} \int_a^x K(x, s)v(s) ds &= u(x), & x \in [c, d] \\ \int_a^b K(x, s)v(s) ds &= u(x), & x \in [c, d]. \end{aligned} \quad (1)$$

Были проведены многочисленные методические эксперименты на математических моделях (1). В качестве ядра, в частности, применялось выражение

$$K(t, s) = \frac{1}{1 + 100(t - s)^2}. \quad (2)$$

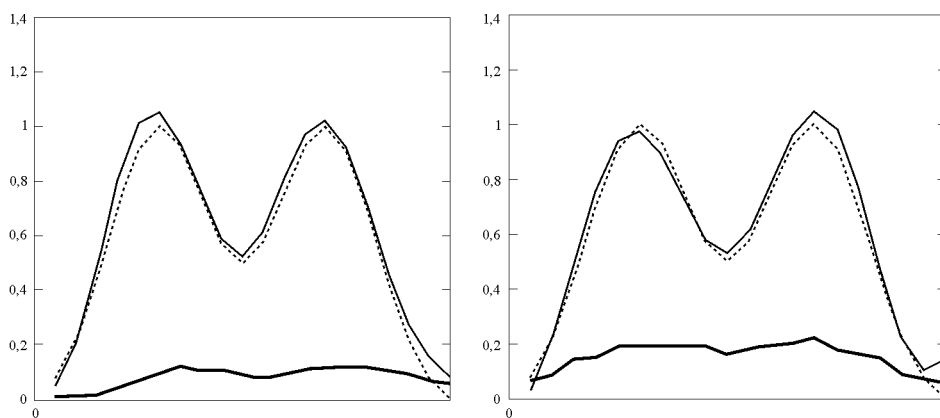


Рис. Сравнение точного решения (сплошная линия) с выходом ИНС (прерывистая линия) и соответствующая им правая часть уравнения (1) (жирная линия)

На рис. приведены результаты решения интегральных уравнений: справа пример уравнения Вольтерра, слева уравнения Фредгольма с ядром (2) и добавлением

5% погрешности во входные данные. Проведенные многочисленные испытания с различными ядрами показали принципиальную возможность использования ИНС с байесовской регуляризацией для решения обоих интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма первого рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Адамович А. Е., Кармазин В. Н.* Решение обратных задач спектроскопии с применением искусственных нейронных сетей. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 13, в. 3, с. 460–461.
2. *Адамович А. Е., Кармазин В. Н.* Решение линейных интегральных уравнений первого рода с применением искусственных нейронных сетей. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 1, с. 86–87.