

Н. С. Красникова, Е. А. Богонос (Челябинск, ЮУрГУ). **Неравенство Джексона–Бернштейна для алгебраических многочленов с ограничением на расположение их нулей.**

Работа, представленная данным сообщением, посвящена исследованию точной константы в неравенстве Джексона–Бернштейна на единичном круге комплексной плоскости для алгебраических многочленов порядка n ($n \geq 1$), с комплексными коэффициентами, все нули которых лежат вне (открытого) круга радиуса $R > 0$ с центром в начале координат комплексной плоскости C .

Для того чтобы сформулировать полученные результаты, введем некоторые обозначения. Пусть \mathcal{P}_n есть множество алгебраических многочленов порядка n ($n \geq 1$), с комплексными коэффициентами. На множестве \mathcal{P}_n определим функционалы

$$\|P_n\|_2 := \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |P_n(e^{it})|^2 dt \right)^{1/2}, \quad \|P_n\|_\infty := \max\{|P_n(z)|: |z| \leq 1\}.$$

Обозначим $\mathcal{P}_n(R)$ множество многочленов степени n , все n нулей z_k , $1 \leq k \leq n$, которых лежат вне (открытого) круга радиуса $R > 0$ с центром в начале координат комплексной плоскости C , т. е. удовлетворяют условию $|z_k| \geq R$.

Тогда на множестве $\mathcal{P}_n(R)$ неравенство Джексона–Бернштейна имеет вид

$$\|P'_n\|_\infty \leq C_n(R) \|P_n\|_2, \quad P_n \in \mathcal{P}_n(R), \quad (1)$$

где $C_n(R)$ — точная (наименьшая) константа в этом неравенстве.

Теперь результат данной работы можно сформулировать в следующей теореме.

Теорема. *При любых $n \geq 1$ и параметра R , удовлетворяющего неравенству*

$$\frac{1}{n} \left(\frac{n(n-1)(2n-1)}{6} \right)^{1/2} (R^{2n} + 1) \leq \left(\sum_{k=1}^{n-1} (C_n^k)^2 R^{2k} \right)^{1/2},$$

точная константа в неравенстве (1) есть

$$C_n(R) = \left(\frac{n^2}{1 + R^{2n}} + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} \right)^{1/2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арестов В. В. О неравенствах разных метрик для тригонометрических полиномов. — Математические заметки, 1980, т. 27, в. 4.
2. Арестов В. В. Интегральные неравенства для тригонометрических полиномов и их производных. — Известия АН СССР, 1982, т. 45.
3. Арестов В. В. Интегральные неравенства для алгебраических многочленов на единичной окружности. — Математические заметки, 1990, т. 48, в. 4.
4. Бернштейн С. Н. Собрание сочинений. М.: изд-во АН СССР, 1952, т. 1.