

Л. Г. Афанасьева, Е. В. Булинская (Москва, МГУ). **Об оценке плотности взаимодействующих частиц.**

Рассматриваются математические модели с двумя типами частиц, возникающие в транспортных задачах, при описании химических реакций или в медицине (см., например, [1]–[4]). Интерес к проблемам организации транспортных потоков возник еще в первой половине 20-го века, а в последнее десятилетие этой проблеме уделяется все большее внимание.

Изучаются три модели, описывающие взаимодействие медленных (тип 1) и быстрых (тип 2) частиц,двигающихся вдоль прямой в одном и том же направлении. Размеры частиц не принимаются во внимание. Частица i -го типа ($i = 1, 2$) появляется, независимо от всех остальных, с вероятностью $\lambda_i dx dt$ в интервале $(x, x + dx)$ в промежутке времени $(t, t + dt)$ и начинает движение со скоростью V_i . Она исчезает (если частица интерпретируется как автомобиль, то он, например, покидает магистраль) после того, как пройдет расстояние, имеющее экспоненциальное распределение с параметром μ_i . Предполагается, что расстояния, проходимые частицами, взаимно независимы. В модели 1 быстрая частица, догнавшая медленную, начинает двигаться за ней со скоростью V_1 до тех пор, пока одна из них не исчезнет. Если блокирующая медленная частица исчезает, то все непосредственно следующие за ней частицы типа 2 возобновляют быстрое движение со скоростью V_2 . В модели 2 вводится максимально допустимый размер k группы быстрых частиц, выстраивающихся за медленной (избыточные быстрые частицы исчезают). В модели 3 быстрая частица, догнавшая медленную, становится медленной навсегда, т.е. возможны группы медленных частиц и одиночные быстрые частицы.

Конфигурация частиц в каждый момент t описывается набором $\{x_s, n_s, e_s\}_{s=-\infty}^{+\infty}$, где $x_s \in R^1$ — положение s -ой группы на прямой, n_s — число частиц в группе и $e_s = 1$, если группа содержит медленную частицу, в противном случае $e_s = 0$. Следовательно, речь идет об исследовании случайных процессов сложной структуры.

Основное внимание уделяется изучению плотности частиц в модели 1. Плотность (или концентрация частиц) $\Lambda(t, x)$ в момент t в точке x — это такая функция, что $\Lambda(t, x)dx$ равно среднему числу частиц в интервале $(x, x + dx)$ в момент t . Модели 2 и 3 дают соответственно нижнюю и верхнюю оценки этой плотности.

Доказано существование стационарного режима в предположении $\mu_i > 0$, $i = 1, 2$. Поскольку уравнения для стационарных вероятностей состояний нелинейны, предложен алгоритм для получения их приближенного решения с заданной точностью.

Кроме того, исследуются модели движения автомобилей по трассе при наличии светофоров. В частности, найден оптимальный режим работы светофора, минимизирующий суммарный размер очередей машин, ожидающих на перекрестке.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 07-01-00362.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blank M. Ergodic properties of a simple deterministic traffic flow model. — J. Stat. Phys., 2003, v. 111, p. 903–930.
2. Cáceres F. C., Ferrari P. A., Pechersky E. A slow to start traffic model related to a M/M/1 queue. — arXiv: cond-mat/0703709 v2 [cond-mat.stat-mech] 31 May 2007.
3. Fuks H., Boccarda N. Convergence to equilibrium in a class of interacting particle system evolving in discrete time. Phys. Rev E, 2001, v. 64, 016117.
4. Malyshev V. A., Manita A. D., Zamyatin A. A. Homeostasis in chemical reaction pathways. — Theory Probab. Appl., 2007, v. 51, p. 714–723.