

В. А. В о б л ы й (Москва, МГТУ). Упрощение формулы для числа 2-существенных карт на бутылке Клейна.

Пусть k_n — число 2-существенных карт с n ребрами на бутылке Клейна, а $f_K(x) = \sum_{n=2}^{\infty} k_n x^n$ — соответствующая производящая функция. В. Лью и Я. Лью [1] получили формулу

$$f_K(x) = 4x^2 + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^n \frac{2^i(i+5)!(2n-i)!\lambda_i(n)}{5!i!(n-i)!(n+2)!(n+1)} x^{n+3},$$

где $\lambda_i(n) = 60n^2 - 16ni - 2i^2 + 168n - 42i + 84$.

С помощью комбинаторного тождества, доказанного автором [2],

$$\sum_{i=0}^n \frac{C_n^i}{2^i C_m^{n+i}} = \frac{n! \Gamma((m-2n+1)/2)}{2^n \Gamma((m+1)/2)}, \quad m \geq 2n,$$

формула для k_n упрощена следующим образом:

$$k_n = \frac{(2n)!}{2(n-1)!(n-1)!} - n 2^{2n-2}.$$

Затем с помощью формулы Стирлинга для факториала найдена асимптотика при $n \rightarrow \infty$:

$$k_n \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi}} n^{3/2} 2^{2n}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Liu W., Liu Y.* Enumeration of three kinds of rooted maps on the Klein bottle. — J. Appl. Math. and Computing, 2007, v. 24, p. 411–419.
2. *Воблый В. А.* Упрощение некоторых формул для числа карт на поверхностях. — Матем. заметки, 2008, т. 83, в. 1, с. 14–23.