

Ж. Н. Зенкова (Томск, ТГУ, ОПИ ТНЦ СО РАН). **Об оценивании S_p^α -неравноплечно симметричной функции распределения по прогрессивно цензурированным выборкам.**

Рассматривается случайная величина (с.в.) $\tau \in [0, T]$ типа времени жизни с функцией распределения (ф.р.) $F(t) = \mathbf{P}\{\tau < t\}$. Прогрессивно цензурированная выборка (п. п. в.) $(X, I) = \{(X_1, I_1), \dots, (X_N, I_N)\}$ объема N из $F(t)$, где для $i = 1, \dots, N$ величина $I_i = \{0: X_i \text{ — полная наработка (наработка до отказа), } 1: X_i \text{ — условная наработка (наработка до цензурирования)}\}$ строилась по схеме: цензурирование I типа справа, момент цензурирования $T_1 \in (0, T)$; с. в. $N_1 = (1 - g)(N - r)$ — число объектов, наблюдаемых в интервале $(T_1, T]$, $g \in (0, 1)$ известно, r — число полных наработок в интервале $[0, T_1]$. Пусть $\bar{I}_i = 1 - I_i$, $i = 1, \dots, N$. Тогда оценка ф. р. по п. п. в. определяется формулой

$$F_N^\Pi(t) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{[0,t)}(X_i) \bar{I}_i, & t \in [0, T_1], \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{N} + \frac{(1-r/N)}{N_1} \sum_{i=1}^N I_{[T_1,t)}(X_i) \bar{I}_i, \quad N_1 > 0, \\ \frac{r}{N}, \quad N_1 = 0, \end{array} \right\} & t \in (T_1, T]. \end{cases} \quad (1)$$

Оценка (1) является асимптотически несмещенной.

Обозначим $\beta = F(T_1)$, $B = \beta^{N-1} - (1 - \beta)^{N-1}$, $\sigma^2(t) = F(t)(1 - F(t))$, $F_1(t) = (F(t) - \beta)(1 - F(t))$, тогда

$$\mathbf{M} F_N^\Pi(t) = \{t \leq T_1: F(t)(1 + (1 - \beta)B); t > T_1: F(t) + (1 - F(t))\beta B\},$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \mathbf{D} F_N^\Pi(t) = \left\{ \sigma^2(t): t \in [0, T_1]; \sigma^2(t) + \frac{g F_1(t)}{(1 - \beta)(1 - g)}: t \in (T_1, T] \right\}.$$

Пусть известно, что ф.р. $F(t)$ обладает свойством S_p^α -неравноплечной симметрии относительно известного центра α с весом $p = F(\alpha)$, т. е. удовлетворяет условию

$$F(\max\{x, S(x)\} + 0) = 1 - \frac{1-p}{p} F(\min\{x, S(x)\}), \quad (2)$$

где функция $S(x)$ является непрерывной, монотонно убывающей и отвечает требованиям: $(S)^{-1}(x) = S(x)$, $S(\alpha) = \alpha$, где $(S)^{-1}(x)$ — обратная к $S(x)$ функция. В частности, при $p = 1/2$ и $S(x) = 2\alpha - x$ получим обычную симметрию относительно центра α : $F(t) = 1 - F(2\alpha - t + 0)$.

Оценка ф. р. $F(t)$ с учетом (2) определяется формулой

$$F_N^{\Pi S}(t) = p + (I_{(\alpha, +\infty)}(x) - p)(F_N^\Pi(\max\{t, S(t)\}) - F_N^\Pi(\min\{t, S(t)\})),$$

при этом

$$\mathbf{M} F_N^{\Pi S}(t) = \begin{cases} F(t) + F(t)(p - \beta)B, & \alpha, T_1 \in [t, S(t)), \\ F(t) + (1 - F(t))(\beta - p)B, & \alpha, T_1 \in [S(t), t), \\ F(t) + (p - F(t))\beta B, & t, S(t) > T_1, \\ F(t) + (F(t) - p)(1 - \beta)B, & t, S(t) \leq T_1; \end{cases}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \mathbf{D} F_N^{\Pi S}(t) = \begin{cases} F_2(t) + \frac{g(1-p)F(t)\{p(1-\beta) - F(t)(1-p)\}}{(1-\beta)(1-g)}, & \alpha, T_1 \in [t, S(t)), \\ F_3(t) + \frac{g(1-p)^2(F(t) - \beta)(1 - F(t))}{(1-\beta)(1-g)}, & \alpha, T_1 \in [S(t), t), \\ F_2(t) + \frac{g(p - F(t))(F(t) - \beta p)}{(1-\beta)(1-g)}, & T_1 \leq t \leq \alpha < S(t), \\ F_3(t) + \frac{g(F(t) - p)(1 - F(t) - \beta(1-p))}{(1-\beta)(1-g)}, & T_1 < S(t) \leq \alpha < t, \\ F_2(t), & t \leq \alpha < S(t) < T_1, \\ F_3(t), & S(t) \leq \alpha < t < T_1, \end{cases}$$

где $F_2(t) = (p - F(t))F(t)$, $F_3(t) = (1 - F(t))(F(t) - p)$.