

В. А. Зотов, Аунг Зо Мо (Москва, МАТИ). **Моделирование процесса истечения жидкости из цилиндра.**

Рассмотрена математическая модель процесса истечения жидкости из вертикально расположенного цилиндра высоты H_0 и радиуса основания R через систему малых круглых отверстий радиусов $\{r_i\}$ на дне и радиусов $\{\rho_j\}$ на боковой поверхности, находящихся на высотах $\{H_j\}$.

Изменение скорости истечения жидкости принято в виде закона Торричелли $V(h) = \mu\sqrt{2gh}$, где μ — коэффициент расхода жидкости ($0 < \mu < 1$), h — уровень жидкости, $g = 9,8 \text{ м/сек}^2$ — ускорение свободного падения.

Предполагается, что в начальный момент цилиндр полностью заполнен жидкостью.

Определение уровня жидкости $h(t)$ в таком резервуаре основано на декомпозиции процесса истечения жидкости моментами времени t_j прохождения боковых отверстий.

Отдельное уравнение декомпозиционной системы уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{dX}{d\tau} = -2 \left[\sum_{i=1}^n A_i \sqrt{X} + \sum_{j=1}^m B_j \sqrt{X - X_j} \right], \quad (1)$$

где X и τ — величины, пропорциональные уровню жидкости и времени, n и m — количество отверстий на дне и стенке, A_i, B_j, X_j — параметры отверстий.

Система уравнений (1) решена численно и аналитически для различных способов расположения отверстий.

Проанализированы особенности истечения жидкости из цилиндра через регулируемые отверстия. Например, если жидкость вытекает из цилиндра через два отверстия на дне радиусов r_1 и r_2 , то время полного истечения жидкости равно $1/T = 1/T_1 + 1/T_2$, где T_1 и T_2 — время истечения всего объема жидкости только через отверстия радиусов r_1 и r_2 . Если же истечение происходит из единственного отверстия на дне, радиус которого линейно изменяется от значения r_1 до значения r_2 , то $3/T = 1/T_1 + 1/\sqrt{T_1 T_2} + 1/T_2$.

Для цилиндра с двумя одинаковыми отверстиями радиуса r на дне и сбоку на высоте H_1 время полного истечения $T = t_1 + t_2$ состоит из времени t_1 совместного истечения и времени t_2 истечения только через нижнее отверстие. При этом

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{3} \left[p^{3/2} - 1 - (p - 1)^{3/2} \right],$$

где $p = H_0/H_1$.

Найденные функциональные зависимости гидродинамических параметров процесса истечения жидкости из цилиндра служат теоретической основой инженерных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматуллин Р. И., Соловьев А. А. Физическая гидромеханика. М.: ГЕОТАР, 2005, 512 с.
2. Зотов В. А. Исследование операций в прикладной гидродинамике. — В сб.: Труды V-й Московской международной конференции по исследованию операций. М.: МАКС Пресс, 2007, с. 122–123.
3. Зотов В. А. Истечение жидкости из резервуара через регулируемое отверстие. — В кн.: Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий. Сочи, 2008, с. 133–135.