

**А. Н. Зубков** (Таганрог, ДГТУ). **Один характеристический признак существования сети из линии кривизны на поверхности  $F^{n-2}$  в  $\mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , ранга  $q = n - 2$ .**

Пусть  $F^{n-2}$  — поверхность евклидова пространства  $\mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , заданная в окрестности произвольной точки  $x \in F^{n-2}$  векторным уравнением  $\bar{x} = \bar{x}(u^1, u^2, \dots, u^{n-2})$ ,  $\bar{x} \in C^3$ , где  $u^i \in D \subset \mathbf{R}^{n-2}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 2$ . Присоединим к  $F^{n-2}$  подвижный репер  $r = \{\bar{x}, \bar{e}_1, \dots, \bar{e}_{n-2}, \bar{e}_{n-1}, \bar{e}_n\}$ , где векторы  $\bar{e}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 2$ , образуют ортонормированный базис касательного пространства  $T_x F^{n-2}$  к  $F^{n-2}$  в точке  $x$ , а  $\bar{e}_\alpha$  ( $\alpha = n - 1, n$ ) — векторы ортонормированного базиса в нормальном пространстве  $N_x F^{n-2}$ , образующие регулярное оснащение на  $F^{n-2}$  в окрестности точки  $x \in F^{n-2}$ .

Возьмем нормальное сечение  $\gamma = \gamma(x, \bar{t})$  поверхности  $F^{n-2}$  в точке  $x \in F^{n-2}$  и в направлении единичного вектора  $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$  как линию пересечения  $F^{n-2}$  с трехмерной плоскостью  $\mathbf{E}^3$ , натянутой на  $\bar{t}$  и  $N_x F^{n-2}$ . Тогда кривизна  $k_N = k_N(x, \bar{t})$  и кручение  $\kappa_N = \kappa_N(x, \bar{t})$  этой кривой  $\gamma$  в  $\mathbf{E}^3$  являются соответственно нормальной кривизной и нормальным кручением поверхности  $F^{n-2}$  в точке  $x$  по направлению вектора  $\bar{t}$  (см. [1]). Так как  $F^{n-2}$  имеет ранг  $q = n - 2$ , т.е. тангенциально невырожденна, то  $k_N(x, \bar{t}) \neq 0$  для любых  $x \in F^{n-2}$  и  $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$  (см. [1]). По своему построению величины  $k_N(x, \bar{t})$  и  $\kappa_N(x, \bar{t})$  не зависят от выбора векторов ортонормированного базиса в  $N_x F^{n-2}$ , т.е. являются инвариантами оснащения на  $F^{n-2}$ , а т.к. они зависят только от точки  $x \in F^{n-2}$  и направления  $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$  в этой точке, то они являются характеристиками на  $F^{n-2}$  (см. [1]).

**Лемма.** Если поверхность  $F^{n-2}$  в  $\mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , класса  $C^3$ , тангенциально невырожденна и имеет нулевое нормальное кручение  $\kappa_N(x, \bar{t}) \equiv 0$  в каждой точке  $x \in F^{n-2}$  и по любому направлению  $\bar{t} \in T_x F^{n-2}$ , то в окрестности любой точки  $x \in F^{n-2}$  существует оснащение Родрига, в котором основные квадратичные формы поверхности  $F^{n-2}$  имеют вид  $ds^2 = g_{ij}\omega_i\omega_j$ ,  $\Phi^{n-1} = b_{ii}^{n-2}(\omega^i)^2$ ,  $\Phi^n = \lambda_i b_{ii}^{n-1}(\omega^i)^2$ , где  $\lambda_i = \text{const}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 2$ .

**Теорема.** Если поверхность  $F^{n-2}$  в  $\mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , класса  $C^3$ , тангенциально невырожденна и имеет нулевое нормальное кручение  $\kappa_N(x, \bar{t}) \equiv 0$  в каждой точке  $x \in F^{n-2}$  и по любому направлению  $\bar{t} \in N_x F^{n-2}$ , то на ней существует сеть из линий кривизны.

Так как  $k_N(x, \bar{t})$  и  $\kappa_N(x, \bar{t})$  являются характеристиками на  $F^{n-2} \subset \mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , то эта теорема дает характеристический признак существования сети из линий кривизны на поверхности  $F^{n-2}$  в  $\mathbf{E}^n$ ,  $n \geq 4$ , ранга  $q = n - 2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубков А. Н., Фоменко В. Т. Поверхности евклидова пространства с плоской нормальной связностью и нулевым нормальным кручением. — Матем. заметки, 1993, т. 54, в. 1, с. 3–16.