

Д. Л. Качко, О. Д. Прякина, А. В. Смирнова (Краснодар, КубГУ). Построение корневых и полярных множеств элементов матрицы Грина для электроупругих сред с включениями.

Явление пьезоэлектричества сегодня получает все большее применение в различных областях приборо- и станкостроения. Именно поэтому всестороннее изучение динамических процессов в пьезоэлектрических средах имеет большое практическое значение.

В работе изучается случай антиплоских колебаний пьезоэлектрического слоя класса $6mm$ гексагональной сингонии, в котором на глубине $y = -2h_1$ имеется дефект в виде плоского включения. Включение предполагается невесомым и бесконечно тонким. На верхнюю грань материала действуют некоторая гармоническая механическая и электрическая нагрузки, а его нижняя грань жестко сцеплена с недеформируемым основанием, металлизирована и закорочена. Если предположить, что пьезоэлектрический слой поляризован вдоль оси z (параллельной поверхности среды), то для сдвиговых колебаний система дифференциальных уравнений в частных производных сведется к системе двух уравнений относительно смещения $w(x, y)$ и электрического потенциала $\varphi(x, y)$

$$c_{44}\Delta w + e_{15}\Delta\varphi = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$e_{15}\Delta w - \varepsilon_{11}\Delta\varphi = 0. \quad (2)$$

Здесь ω — частота колебаний; c_{44} , e_{15} , ε_{11} , ρ — упругая, пьезоэлектрическая постоянные, диэлектрическая проницаемость и плотность материала соответственно.

Вид граничных условий для системы (1)–(2) зависит от способа возбуждения колебаний электрода.

Решение указанной системы при условии, когда на поверхности среды заданы сдвиговые напряжения τ_0 и электрическая индукция d_0 , получено в виде матрично-функционального уравнения (МФУ)

$$\mathbf{KQ} = \mathbf{W}, \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2), \quad \mathbf{W} = (\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2). \quad (3)$$

Здесь матрица $\mathbf{K}$ имеет размерность 4×4 , ее элементы зависят от параметра преобразования Фурье и физико-механических параметров слоя; $\mathbf{Q}_1 = (T_0, D_0)$, $\mathbf{Q}_2 = (\Delta T, \Delta D)$, $\mathbf{W}_1 = (W, \Phi)|_{y=0}$, $\mathbf{W}_2 = (W, \Phi)|_{y=-2h_1}$. Здесь ΔT , ΔD — трансформанты Фурье скачков сдвиговых напряжений $\Delta\tau$ и электрической индукции Δd на включении; W , Φ , T_0 , D_0 — трансформанты Фурье функций w , φ , τ_0 , d_0 соответственно.

В ходе исследования были рассчитаны нули и полюса элементов блочной матрицы $\mathbf{K}$. Их знание необходимо при определении характера поведения сдвиговых электроупругих волн в исследуемой пьезоэлектрической среде при наличии дефекта — включения, а также для построения решения системы интегральных уравнений динамической смешанной задачи, основой которых служит МФУ (3), методом фиктивного поглощения [1].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (08-08-00144, 06-08-00671), РФФИ_р_юг (06-01-96600, 06-01-96639), гранта Президента РФ (НШ-2298.2008.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ворович И. И., Бабешко В. А., Прякина О. Д. Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. М.: Научный мир, 1999, 246 с.