**П. Д. К у п ц о в** (Москва, ИПУ РАН)**. Управление ударными волнами в задачах нелинейной акустики.**

Распространение трехмерного звукового пучка в нелинейной среде (например, в среде с высокой вязкостью) описывается уравнением Хохлова–Заболоцкой:

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{\partial u}{\partial q_2}-\rho\frac{\partial u}{\partial q_1}\right)=\frac{\partial^2 u}{\partial q_3^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial q_4^2}. \tag{1}$$

Здесь $u$ — отклонение плотности среды от положения равновесия,

$$q_1=\frac{c}{\varepsilon}\left(t-\frac{x}{c}\right),\quad q_2=x,\quad q_3=\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}y,\quad q_4=\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}z,$$

$t$ — время, $x$ — пространственная координата в направлении распространения звукового пучка, $y, z$ — координаты плоскости, перпендикулярной оси $x$, $c$ — скорость звука, $\varepsilon=\frac{1}{2}(\gamma+2)$, $\gamma$ — показатель адиабаты.

Лычагин, изучая законы сохранения этого уравнения, открыл явление самофокусировки звукового пучка, которое порождает контактные ударные волны [1, 2]. Контактность ударной волны означает, что разрыв терпит не само решение, а его частные производные.

Нами получено описание неконтактных ударных волн для уравнения (1) и предложены методы управления ими за счет изменения начальных условий.

Предположим, что задано некоторое решение, определяемое плотностью $u_0(q)$. Предположим, что в некоторой области пространства-времени $D$ мы возмутили $u_0(q)$ и, тем самым, получили некоторое новое решение, определяемое плотностью $u^+(q)$. Пусть, кроме того, граница области $D$ задается функцией $S(q)$, $\partial D=\{q|S(q)=0\}$. Тем самым, равенство $S(q)=0$ определяет эволюцию границы возмущения. Учитывая закон сохранения уравнения (1) (см. [1])

$$\theta=A_1dq_2\wedge dq_3\wedge dq_4+A_2dq_1\wedge dq_3\wedge dq_4+A_3dq_1\wedge dq_2\wedge dq_4+A_4dq_1\wedge dq_2\wedge dq_3,$$

при переходе через границу области $D$, мы приходим к условиям типа Гюгонио–Ренкина:

$$\frac{\partial S}{\partial q_1}[A_1]_-^+-\frac{\partial S}{\partial q_2}[A_2]_-^++\frac{\partial S}{\partial q_3}[A_3]_-^+-\frac{\partial S}{\partial q_4}[A_4]_-^+=0, \tag{2}$$

которые должны выполняться на границе области $D$. Здесь $[A_i]_-^+=A_i^+-A_i^-$, где $A_i^\pm$ — значения $A_i$, вычисленные по $u^+$ и $u_0$ соответственно. Это приводит нас к уравнению типа Гамильтон–Якоби для функции $S$, решая которое, мы получаем уравнение фронта ударной волны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Kushner A. G.*, *Lychagin V. V.*, *Rubtsov V. N.* Contact geometry and nonlinear differential equations. — In: Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. V. 101. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007, xxii+496 p.
2. *Лычагин В. В.* Контактная геометрия и нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка. — Успехи матем. наук, 1979, т. 34, в. 1, с. 137–165.