

А. Г. Кушнер, Е. Н. Манжосова (Астрахань, Астраханский государственный университет). **Контактные инварианты и линеаризация уравнения Хантера-Сакстона.**

Уравнение Хантера-Сакстона

$$v_{tx} = vv_{xx} + \kappa v_x^2, \quad (1)$$

($\kappa \in \mathbf{R}$) возникает в теории жидких кристаллов [1]. Оно является частным случаем уравнения Монжа-Ампера и ему отвечает эффективная дифференциальная 2-форма

$$\omega = 2udq_2 \wedge dp_1 + dq_1 \wedge dp_1 - dq_2 \wedge dp_2 - 2\kappa p_1^2 dq_1 \wedge dq_2 \quad (2)$$

на пространстве 1-джетов $J^1\mathbf{R}^2$ [3].

Для уравнения (1) могут быть построены две инвариантные относительно контактных преобразований дифференциальные 2-формы — формы Лапласа [2]:

$$\lambda_- = -dq_2 \wedge dp_1, \quad \lambda_+ = 2(1 - \kappa) dq_2 \wedge dp_1.$$

Уравнение (1) удовлетворяют условиям теоремы о линеаризации [2] и, таким образом, контактным преобразованием приводится к линейному уравнению. Это преобразование несложно вычислить, следуя алгоритму, приведенному в [2]:

$$Q_1 = \kappa q_2 + \frac{1}{p_1}, \quad Q_2 = q_2, \quad U = u - p_1 q_1, \quad P_1 = q_1 p_1^2, \quad P_2 = p_2 - \kappa q_1 p_1^2.$$

Форму ω оно переводит в форму

$$\Omega = dQ_1 \wedge dP_1 - dQ_2 \wedge dP_2 + \left(\frac{2(2\kappa - 1)P_1}{\kappa Q_2 - Q_1} + \frac{2U}{(\kappa Q_2 - Q_1)^2} \right) dQ_1 \wedge dQ_2,$$

которой отвечает линейное уравнение

$$U_{Q_1 Q_2} = \frac{2\kappa - 1}{Q_1 - \kappa Q_2} U_{Q_1} - \frac{1}{(Q_1 - \kappa Q_2)^2} U.$$

Морозов [4] построил контактное преобразование, приводящее уравнение (1) к уравнению Эйлера-Пуассона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hunter J. K., Saxton R.* Dynamics of Director Fields. — SIAM J. Appl. Math., 1991, 51 (6), p. 1498–1521.
2. *Kushner A.* A contact linearization problem for Monge-Ampere equations and Laplace invariants. — Acta Appl. Math., 2008, v. 101, № 1–3, p. 177–189.
3. *Kushner A., Lychagin V., Rubtsov V.* Contact Geometry and Nonlinear Differential Equations. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007, 496 p.
4. *Morozov O. I.* Contact Equivalence of the Generalized Hunter-Saxton Equation and the Euler-Poisson Equation. Preprint arXiv: math-ph/0406016, 2004, p. 1–3.