

В. И. Р я ж с к и х, Е. А. С о б о л е в а (Воронеж, ВГТА). Математическое моделирование кондуктивного переноса теплоты в ограниченном цилиндре при смешанных граничных условиях.

Рассматривается решение нестационарного уравнения теплопроводности в ограниченном цилиндре:

$$\frac{\partial T}{\partial F_0} = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} + \xi^2 \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}$$

с начальным условием

$$T(R, Z, 0) = 0$$

и смешанными граничными условиями первого типа

$$\frac{\partial T(0, Z, F_0)}{\partial R} = 0, \quad \frac{\partial T(1, Z, F_0)}{\partial R} = -\text{Bi}_w,$$

$$T(R, 0, F_0) = T_u, \quad T(R, 1, F_0) = T_b,$$

и второго типа

$$\frac{\partial T(0, Z, F_0)}{\partial R} = 0, \quad T(1, Z, F_0) = T_w,$$

$$\frac{\partial T(R, 0, F_0)}{\partial Z} = -\text{Bi}_u, \quad \frac{\partial T(R, 1, F_0)}{\partial Z} = -\text{Bi}_b,$$

где $F_0 = a\tau/r_0^2$, $R = r/r_0$, $Z = z/h$, $\xi = r_0/h$, $\text{Bi}_u = q_u h/(\lambda t_0)$, $\text{Bi}_b = q_b h/(\lambda t_0)$, $\text{Bi}_w = q_w h/(\lambda t_0)$, $T_u = (t_u - t_0)/t_0$, $T_b = (t_b - t_0)/t_0$, $T_w = (t_w - t_0)/t_0$; r, z — цилиндрические координаты с началом в центре одного из оснований цилиндра, названного верхним, с радиусом r_0 и высотой h ; τ — текущее время; t, t_0, t_u, t_b, t_w — текущая, начальная, верхнего и нижнего оснований, боковой поверхности температуры; λ, a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности.

Одновременное наличие граничных условий первого и второго родов приводит к неопределенности в точках сопряжения границ, на которых выполняются различные тепловые ситуации, однако показано, что это не является препятствием к применению интегральных методов решения.

Путем последовательного применения интегральных преобразований Ханкеля и Лапласа получены аналитические решения при смешанных граничных условиях. Их анализ показал, что из-за указанной особенности скорость сходимости рядов невелика, но, тем не менее, удалось получить достаточно точную информацию о температурных нестационарных полях и убедиться в их качественной и количественной адекватности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 07–08–00166 и № 09–08–97536р-центр-а.