

В. И. Р я ж с к и х, М. И. С л ю с а р е в, А. А. Б о г е р, М. В. П о з д н я к о в (Воронеж, ВГТА). Свободноконвективный перенос ньютоновской среды у вертикальной границы с заданным законом изменения ее температуры.

Рассмотрен объем вязкой несжимаемой жидкости, ограниченный, например, слева бесконечной вертикальной стенкой. В начальный момент времени температура стенки и жидкости совпадают и равны t_0 , затем температура границы изменяется по определенному закону, вызывая вблизи стенки свободноконвективное движение жидкости.

В качестве начала координат выбрана произвольная точка на стенке со стороны жидкости, ось абсцисс (Ox) направлена по нормали к стенке в сторону жидкости, а ось ординат (Oy) — по плоскости в направлении силы тяжести.

В выбранной системе координат безразмерные уравнения Обербека–Буссинеска таковы [1]:

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + T - T^*, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 T}{\partial X^2}, \quad (2)$$

$$V(X, 0) = V(0, \theta) = V(\infty, \theta) = 0, \quad (3)$$

$$T(X, 0) = T(\infty, \theta) = 0, \quad T(0, \theta) = f(\theta), \quad (4)$$

где $V = v/\bar{v}$, $T = (t - t_0)/t_0$, $\theta = \tau/\bar{\tau}$, $X = x/l_0$, $\bar{v} = \sqrt[3]{v\beta gt_0}$, $\bar{\tau} = \sqrt[3]{v/(\beta gt_0)^2}$, $l_0 = \sqrt[3]{v^2/(\beta gt_0)}$, $T^* = (t^* - t)/t_0$, $\text{Pr} = \nu/a$; τ — текущее время; v — вертикальная компонента скорости; ρ , ν , a , β — плотность, кинематическая вязкость, теплопроводность и коэффициент объемного расширения жидкости; g — ускорение силы тяжести; t , t^* — текущая и характерная температуры.

С использованием интегрального преобразования Лапласа [2] по переменной θ для (1)–(4) получено решение задачи:

$$T(X, \theta) = \frac{\sqrt{\text{Pr}} X}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\theta f(\theta - \xi) \exp\left\{-\frac{\text{Pr} X^2}{4\xi}\right\} d\xi, \quad (5)$$

$$V(X, \theta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{X}{1 - \text{Pr}} \int_0^\theta \frac{1}{\xi\sqrt{\xi}} \left[\sqrt{\text{Pr}} \exp\left\{-\frac{\text{Pr} X^2}{4\xi}\right\} - \exp\left\{-\frac{X^2}{4\xi}\right\} \right] \int_0^{\theta - \xi} f(\eta) d\eta d\xi. \quad (6)$$

Характерная температура T^* найдена равной нулю, исходя из ограниченности решения на бесконечности по времени.

Для изменения температуры стенки по импульсным функциям Дирака и Хэвисайда с периодически нагреваемой или охлаждаемой вертикальной границей, а также в случае вертикальной стенки с ограниченно возрастающей температурой с использованием (5)–(6) получены аналитические решения, позволяющие рассчитать локальные и интегральные характеристики термогравитационной конвекции. Анализ полученных данных уточняет гидротермическую структуру свободноконвективных течений, динамику их возникновения и развития, что дополняет спектр аналитических решений внешних задач свободной конвекции.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 07–08–00166а и № 09–08–97536р-центр-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988, 736 с.
2. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Физматгиз, 1971, 288 с.