А. Н. Т и м а ш е в (Москва, ТВП)**. Предельные теоремы для симметричного гипергеометрического распределения.**

Рассматривается следующий пример. Из урны, содержащей по s шаров каждого из N цветов, с помощью случайного равновероятного выбора без возвращения извлекается n шаров, $n, s, N \in \mathbf{N}$, $n \geqslant 2$, $N \geqslant 2$. Пусть η_i — число извлеченных шаров i-го цвета, $i = 1, 2, \ldots, N$. Тогда $\eta_1 + \cdots + \eta_N = n$ с вероятностью 1.

Если $k_1, \ldots, k_N$ — целые неотрицательные числа, для которых

$$k_1 + \cdots + k_N = n, \tag{1}$$

$$0 \leqslant k_i \leqslant s, \qquad i = 1, 2, \ldots, N, \tag{2}$$

то

$$\mathbf{P}\{\eta_1 = k_1, \, \ldots, \, \eta_N = k_N\} = \frac{C_s^{k_1} \cdots C_s^{k_N}}{C_{sN}^n}. \tag{3}$$

Равенства (3) при условиях (1), (2) и $n \leqslant sN$ определяют многомерное гипергеометрическое распределение случайного вектора $(\eta_1, \ldots, \eta_N)$, которое по причине совпадения чисел шаров в урне каждого из N цветов естественно называть *симметричным.*

Пусть $\theta > 0$ и пусть $\xi_1, \ldots, \xi_N$ — независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие биномиальное распределение $B(s; p)$, где $p = \theta/(\theta + 1) \in (0, 1)$. Тогда при условиях (1), (2) из (3) следует, что

$$\mathbf{P}\{\eta_1 = k_1, \, \ldots, \, \eta_N = k_N\} = \mathbf{P}\{\xi_1 = k_1, \, \ldots, \, \xi_N = k_N | \xi_1 + \cdots + \xi_N = n\}. \tag{4}$$

Согласно (4), $\eta_1, \ldots, \eta_N$ образуют обобщенную схему размещения, определяемую независимыми случайными величинами $\xi_1, \ldots, \xi_N$ (впервые этот факт был отмечен в [1, с. 19]. Заметим, что согласно (3) вероятность $\mathbf{P}\{\eta_1 = k_1, \, \ldots, \, \eta_N = k_N\}$ не зависит от выбора параметра $\theta > 0$.

Используя представление этой вероятности в виде (4), выводятся локальная нормальная и пуассоновские предельные теоремы для распределения числа компонент вектора $(\eta_1, \ldots, \eta_N)$, принимающих фиксированное значение, а также теоремы о больших уклонениях. Для случая $N = 2$ получены асимптотические разложения симметричного гипергеометрического распределения (3), справедливые в области больших (по Г. Крамеру) уклонений случайного вектора (η_1, η_2), а также в областях притяжения биномиального, пуассоновского и нормального распределений. При обосновании соответствующих утверждений используются общие результаты для обобщенной схемы размещения, изложенные автором в [2]–[4], а также работы автора [5], [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф.* Случайные отображения. М.: Наука, 1984.
2. *Тимашев А. Н.* Локальная нормальная и пуассоновские теоремы в обобщенной схеме размещения с ограничениями на заполнения ячеек. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2005, т. 12, в. 3, с. 681–682.
3. *Тимашев А. Н.* Об асимптотике больших уклонений в обобщенной схеме размещения с ограничениями на заполнения ячеек. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2005, т. 12, в. 3, с. 682–683.
4. *Тимашев А. Н.* Об одном обобщении теоремы Бекеши. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 13, в. 6, с. 1042–1044.
5. *Тимашев А. Н.* Интегральные теоремы о больших уклонениях для многомерного гипергеометрического распределения. — Теория вероятн. и ее примен., 2002, т. 47, в. 1, с. 71–79.

6. *Тимашев А. Н.* Сходящиеся и асимптотические разложения для многомерного гипергеометрического распределения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 5, с. 805–809.