

**С. Е. Холодовский** (Чита, ЗабГГПУ). **О решении краевых задач в средах с двумя параллельными слабопроницаемыми завесами.**

Рассмотрим в пространстве  $\mathbf{R}^n$ , состоящем из трех зон  $D_1(x < 0)$ ,  $D_2(0 < x < l)$ ,  $D_3(x > l)$ ,  $y = (y_1, \dots, y_{n-1}) \in \mathbf{R}^{n-1}$ , задачу

$$\partial_{xx}u_i + L[u_i] = 0, \quad x \in D_i, \quad (1)$$

$$x = l_i: \quad u_{i+1} - u_i = B\partial_x u_i, \quad \partial_x u_{i+1} = \partial_x u_i, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

где  $L$  — произвольный линейный дифференциальный оператор по переменным  $y_i$ ,  $l_1 = 0$ ,  $l_2 = l$ ,  $B > 0$  — постоянная, функция  $u_1$  в  $D_1$  имеет особые точки функции  $f(x, y)$ , которая удовлетворяет в  $\mathbf{R}^n$  вне особых точек уравнению (1) и считается заданной. Если  $L$  — оператор Лапласа, то задача (1), (2) описывает установившиеся динамические процессы в однородных средах при наличии двух слабопроницаемых завес-экранов  $x = 0$  и  $x = l$ , когда процесс индуцируется особыми точками (источниками, стоками и т. д.) заданной гармонической функции  $f(x, y)$ , расположенными при  $x < 0$ .

Методом статьи [1] получены формулы, выражающие решение задачи (1), (2) непосредственно через функцию  $f$ . Для вывода указанных общих формул рассмотрим простейший оператор  $L = \partial_{yy}$ ,  $y \in \mathbf{R}$ . Пусть заданная функция  $f(0, y)$  разлагается в интеграл Фурье:  $f(0, y) = S[g] \equiv \int_0^\infty g d\lambda$ ,  $g = f_1 \sin \lambda y + f_2 \cos \lambda y$ . Отсюда при  $x > 0$  имеем  $f(x, y) = S[e^{-\lambda x} g]$ . Представляя решение задачи (1), (2) в виде  $u_1 = f(x, y) + S[a_1 e^{\lambda x} g]$ ,  $u_2 = S[(a_2 \operatorname{sh} \lambda(x-l) + a_3 \operatorname{ch} \lambda(x-l))g]$ ,  $u_3 = S[a_3 e^{-\lambda(x-l)} g]$ , определяя из условий сопряжения (2) параметры  $a_i$ , разлагая в полученных параметрах множители  $(1-q)^{-1}$  в геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = e^{-2\lambda l} [1 - \gamma(\lambda + \gamma)^{-1}]^2$ , где  $\gamma = 2B^{-1}$ ,  $|q| < 1$ , с учетом формулы (см. [1])

$$S \left[ \frac{e^{-\lambda x} g}{(\lambda + \gamma)^{k+1}} \right] = \frac{1}{k!} \int_0^\infty e^{-\gamma z} z^k f(x+z, y) dz, \quad x > 0, \quad \gamma > 0,$$

окончательно решение задачи (1), (2) получим в виде

$$u_1 = f(x, y) + f(-x, y) - \gamma \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=0}^{2n} T_{nk} \int_0^\infty e^{-\gamma z} z^k \left[ f(\zeta_1, y) - \left(1 - \frac{\gamma z}{k+1}\right) f(\zeta_1 + 2l, y) \right] dz,$$

$$u_2 = \gamma \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=0}^{2n} T_{nk} \int_0^\infty e^{-\gamma z} z^k \left[ f(\zeta_2, y) + \left(1 - \frac{\gamma z}{k+1}\right) f(\zeta_1 + 2l, y) \right] dz,$$

$$u_3 = \gamma^2 \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=0}^{2n} \frac{T_{nk}}{k+1} \int_0^\infty e^{-\gamma z} z^{k+1} f(\zeta_2, y) dz,$$

где  $T_{nk} = C_{2n}^k (-\gamma)^k (k!)^{-1}$ ,  $\zeta_i = (-1)^i x + 2nl + z$ . При этом приведенные формулы справедливы для общего случая операторов  $L$  (1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холодовский С. Е. Метод свертывания разложений Фурье в решении краевых задач с пересекающимися линиями сопряжения. — Ж. вычислит. матем. и матем. физики, 2007, т. 47, № 9, с. 1550–1556.