**А. В. Шаповалов** (Москва, ТВП)**. Об определении несовместности реализаций случайной системы псевдобулевых уравнений с модифицируемыми переменными.**

Пусть $\Phi_i = \{f_{i,1}, \ldots, f_{i,|\Phi_i|}\}$ — упорядоченное множество псевдобулевых функций, существенно зависящих ровно от $i$ переменных (переменные принимают значения в множестве $B = \{0,1\}$, а функции принимают значения в конечном множестве $A$, $A \subset R$, $|A| > 1$), $i = 0, 1, \ldots, m$.

Случайная система уравнений $S$ относительно неизвестных $x_1, \ldots, x_n$ состоит из $M$ выбираемых последовательно, случайно и независимо друг от друга уравнений вида

$$f_{i,j}(x_{s_1} \oplus \delta_{s_1}, \ldots, x_{s_i} \oplus \delta_{s_i}) = a. \tag{1}$$

Вероятность появления уравнения с функцией $f_{i,j}$ в левой части и элементом $a$ в правой части равна $c_{i,j,a}$ для каждого набора $(i,j,a)$, где $i = 0, 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, |\Phi_i|$, $a$ принадлежит области значений функции $f_{i,j}$, сумма $c_{i,j,a}$ по указанным наборам $i, j, a$ равна 1. Выбор упорядоченного множества неизвестных $\{x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}\}$ для каждого уравнения с функцией из $\Phi_i$ осуществляется независимо, случайно и равновероятно по схеме без возвращения из всех $n(n-1)\cdots(n-i+1)$ возможных упорядоченных наборов неизвестных по $i$ штук. Все неизвестные $x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}$ в каждом уравнении вида (1) модифицируются случайно, независимо от других уравнений и других переменных в этом уравнении с помощью прибавления к ним аддитивных добавок $\delta_{s_1}, \ldots, \delta_{s_i}$ соответственно, являющихся независимыми, одинаково распределенными случайными величинами, принимающими значения 1 и 0 с вероятностями $p$ и $q = 1 - p$, $0 < p < 1$.

Вероятность совместности $\mathbf{P}_c(S)$ системы $S$ равна сумме вероятностей ее совместных реализаций. Если существует такая функция $Q(n)$, что при $n \to \infty$: $\mathbf{P}_c(S) \to 1$, если $M(n) = o(Q(n))$, и $\mathbf{P}_c(S) \to 0$, если $Q(n) = o(M(n))$, то она называется *пороговой функцией совместности системы* $S$. Пусть $t^{(b)}_{i,j,a}$ — число однозначно определяющихся из уравнения (1) при $\delta_{s_1} = \cdots = \delta_{s_i} = 0$ переменных, равных $b$, $c^{(b)} = \sum_{(i,j,a)} c_{i,j,a} t^{(b)}_{i,j,a}$, $b \in B$.

Алгоритм $\mathbf{A}$ определения несовместности реализаций $S$ заключается в определении значений неизвестных из уравнений с однозначно определяющимися переменными. При появлении противоречия между определившимся значением неизвестного из очередного уравнения с полученным ранее значением этого неизвестного делается вывод о несовместности системы уравнений. Если уравнения закончились и противоречие не выявлено, то не делается никакого вывода о совместности системы.

Обозначим $\pi_n$ сумму вероятностей реализации системы $S$, несовместность которых определит алгоритм $\mathbf{A}$.

**Теорема.** *Система $S$ имеет пороговую функцию совместности $\sqrt{n}$ тогда и только тогда, когда $c^{(0)} + c^{(1)} > 0$. В этом случае $\pi_n \sim 1 - \mathbf{P}_c(S)$, $\mathbf{P}_c(S) \sim e^{-c^2(pq(c^{(0)}-c^{(1)})^2 + c^{(0)}c^{(1)})}$ при $M \sim c\sqrt{n}$, $c > 0$, $n \to \infty$.*

В условиях теоремы алгоритм $\mathbf{A}$ имеет трудоемкость $O(\sqrt{n})$ и такую же предельную надежность, как и алгоритм полного перебора решений. Данная задача для нескольких случайных систем уравнений с одной функцией в левой части уравнений ранее решалась В. А. Копытцевым.