

**А. К. Микитаев, Б. М. Языев** (Москва, ИНЭОС РАН, Ростов-на-Дону, РГСУ). **Об одном методе создания равнопрочного цилиндра.**

На примере решения задачи о плоском деформированном состоянии толстостенного цилиндра рассматривается обратный метод, в котором разыскивается такая зависимость модуля упругости от радиуса, при которой напряженное состояние цилиндра равно заданному. Идея такого метода основана на многочисленных результатах расчетов неоднородных тел, в которых показано, что если в некоторой области тела модуль упругости меньше, чем в однородном материале, то напряжения в этой области также уменьшаются, и наоборот.

Из решения задачи Ламе следует, что в однородном кольце или в толстостенном однородном цилиндре как при внутреннем, так и при внешнем давлении наибольшие напряжения  $\sigma_\varphi$  возникают вблизи отверстия. Поставим задачу отыскания такой зависимости  $E(r)$ , при которой напряженное состояние будет заданным. В зависимости от теории прочности для данного материала могут быть поставлены две задачи. Если, например, справедлива первая теория прочности (максимальных нормальных напряжений) и при изменении модуля упругости предел прочности материала не меняется, то кольцо будет *равнопрочным* при условии  $\sigma_{\max} = \sigma_\varphi = \text{const}$ .

Если же предел прочности также является функцией от радиуса, то кольцо можно назвать *равнонапряженным*. В случае, когда справедлива третья теория прочности (максимальных касательных напряжений), то функция  $E(r)$  должна разыскиваться из условия  $\tau_{\max} = (\sigma_\varphi - \sigma_r)/2 = \text{const}$ .

Ограничимся решением обратной упругой задачи, полагая при этом дополнительно  $\nu = \text{const}$ .

**Решение задачи при условии  $\sigma_{\max} = \sigma_\varphi = \text{const}$ .** Разрешающее уравнение рассматриваемой задачи имеет вид

$$\sigma_r'' + \left( \frac{3}{r} - \frac{E'}{E} \right) \sigma_r' - \frac{k}{r} \frac{E'}{E} \sigma_r = 0. \quad (1)$$

Штрих сверху означает дифференцирование по радиусу.

Результатом интегрирования (1) (с учетом того, что  $E = E_0$  при  $r = a$ ) найдем искомую зависимость:

$$E(r) = E_0 \left[ \frac{r}{a} \frac{A(1-k) - ka\sigma_0}{A(1-k) - kr\sigma_0} \right]^{1/(1-k)},$$

где  $k = (1 - 2\nu)/(1 - \nu)$  при п. д. с.,  $k = 1 - \nu$  при п. н. с. (п. д. с. — плоское деформированное состояние, п. н. с. — плоское напряженное состояние).

**Решение задачи при условии  $\tau_{\max} = (\sigma_\varphi - \sigma_r)/2 = \text{const}$ .** Повторив процедуру вычислений, приведенную выше, получим закон распределения модуля упругости вдоль радиуса в рассматриваемом случае:

$$E(r) = E_0 \left[ \frac{(p_a - p_b)(1 + k \ln r) + k(p_b \ln a - p_a \ln b)}{(p_a - p_b)(1 + k \ln a) + k(p_b \ln a - p_a \ln b)} \right]^{2/k}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В. А. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.: 2002.
2. Языев Б. М. Нелинейная ползучесть непрерывно неоднородных цилиндров. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. М.: 1990, 171 с.