А. Е. Дыхнов, Е. А. Богонос (Челябинск, ЮУрГУ). **Поиск решающей грани выпуклой оболочки строк матричной игры.**

Не ограничивая общности [1], принимаем: $a_i > 0$, $i \in M$, $m \geqslant n$; простейшее доминирование чистыми стратегиями уже выполнено (a_i^T — строки матричной $(m \times n)$ игры, $i \in M = \{1, \ldots, m\}$, $j \in N = \{1, \ldots, n\}$). Обозначим M', N' — «предполагаемые» спектры игроков I, II; вначале $M' = M$, $N' = N$.

При $m > n$ исключение из M' строк, доминируемых смешанными стратегиями, аналогично поиску $\operatorname{conv}\{a_1, \ldots, a_m\}$ — выпуклого многогранника (ВМ). Для решения игры важна лишь грань ВМ(w), пересекаемая лучом $w^T = (1, \ldots, 1) \in \mathbf{R}^n$.

Грань ВМ(w) с уравнением $y^T S = 1$ (S — коэффициенты) при $S \geqslant 0$ назовем *решающей*, т. к. оптимальная стратегия игрока II: $y^* = S(w^T S)^{-1}$. Возможно пересечение луча w с линейным многообразием — пересечением l граней: $y^T S_k = 1$, $k = 1, \ldots, l$, $l < n$. Каждой из этих граней с $S_k \geqslant 0$ соответствует решение игры.

Если условие $S_k \geqslant 0$ не выполнено для всех k (либо луч w не пересекает ВМ), необходимо исключить из N' часть чистых стратегий, принадлежащих доминируемой смешанной стратегии, определяемой отрицательными коэффициентами одной из S_k (либо в уравнении гиперплоскости, отделяющей w от ВМ).

При $n = 2$ поиск решающей грани нагляден. При $n > 2$ итерационно выбираем узел b_{k+1} $(k < n)$ среди a_i из условия: $\lambda_{k+1}^* = \max_{\lambda_i < \lambda_k^*} \lambda_i$ ($k = 0$: $\lambda_i = n^{-1}(w^T a_i)$), $\lambda_i = (\sigma_1^T a_i)/(1 - \tau_1^T a_i)$, $\sigma_1 = \sigma/(w^T \sigma)$, $\sigma = Tw$, $\tau_1 = \tau - (w^T \tau)\sigma_1$, $\tau = R^T w_k$, $T = E - BR$, $R = ZB^T$, $B = (b_1 | \ldots | b_k)$. Найдя узел b_{k+1}, матрицу Z дополняем нулевыми рядами и прибавляем $(b_{k+1}^T T b_{k+1})^{-1} \zeta \zeta^T$, где $\zeta^T = (b_{k+1}^T R^T | -1)$; при $k = 1$: $Z = (b_1^T b_1)^{-1}$.

При $k = n$ переходим к замене удаленных от луча w узлов грани. Останов: на решающей грани, или при отрицательных коэффициентах уравнения грани ВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А.* Теория игр. М.: Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998, 304 с.