

В. И. Масол, Л. А. Ромашова (Киев, КНУ). **Критерий существования единственного решения неоднородной системы нелинейных случайных уравнений над полем GF(3).**

Рассмотрим над полем GF(3) систему уравнений

$$\sum_3 \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} a_{j_1 j_2}^{(\mu)} x_{j_1} x_{j_2} = b_\mu, \quad \mu \in J, \quad (1)$$

где $J = \{1, 2, \dots, T\}$, $T \geq 1$, \sum_3 — символ сложения в поле GF(3), удовлетворяющую условию (A):

(A). 1) Коэффициенты $a_{j_1 j_2}^{(\mu)}$, $1 \leq j_1 < j_2 \leq n$, $\mu \in J$, — независимые случайные величины, принимающие значение a с вероятностью $\mathbf{P}\{a_{j_1 j_2}^{(\mu)} = a\} = p_\mu$, $a \in \text{GF}(3)$, $a \neq 0$, и значение $0 \in \text{GF}(3)$ с вероятностью $\mathbf{P}\{a_{j_1 j_2}^{(\mu)} = 0\} = 1 - 2p_\mu$.

2) Элементы b_μ , $\mu \in J$, представляют собой результат подстановки в левую часть системы (1) фиксированного вектора $\bar{x}^{(0)} \in V_n$, имеющего $\rho(n)$ ненулевых компонент (V_n — совокупность всех n -мерных векторов над полем GF(3)).

Для произвольного вектора $\bar{x} \in V_n$ обозначим $i(t_1, t_2)$ количество компонент, равных t_1 , которым в векторе $\bar{x}^{(0)}$ отвечают компоненты, равные t_2 , где $t_1, t_2 \in \text{GF}(3)$, $0 \leq i(t_1, t_2) \leq n$.

Пусть $M(\bar{x}^{(0)}; f(n))$ — совокупность всех векторов $\bar{x} \in V_n$, отличных от $\bar{x}^{(0)}$ и удовлетворяющих условию

$$i(2, 2) + i(1, 1) \geq f(n), \quad (2)$$

где $f(n)$ — целое неотрицательное число.

Положим θ_n число решений системы (1), принадлежащих множеству $M(\bar{x}^{(0)}; f(n))$.

Теорема. Пусть выполняются условия (A), (2); $p_\mu \geq \Delta = \text{const}$, $\Delta > 0$, $\mu \in J$; при $n \rightarrow \infty$: $f(n) = o(\rho(n))$, $(n + A_n)(2\omega^{f(n)} - \ln 3) + \rho(n) \ln 2 \rightarrow -\infty$, $2T\omega^{\rho(n)-1} - A_n \ln 3 \rightarrow -\infty$, $A_n \rightarrow \infty$, где $\omega = \max\{e^{-3\Delta}, 2^{-1}\}$; $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} n/2^{\rho(n)} < 1/4$; $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} n\omega^{C_{\varepsilon\varphi(n)}^2} < \infty$, где $1 \leq \varphi(n) \leq n$; существует такое $\varepsilon_0 < 1$, что для всех $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$, $\varepsilon = \text{const}$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \exp\{\sigma(\varepsilon\varphi(n))/n - \rho(n) \ln 3\} < \infty$, $\sigma(u) \rightarrow 0$ при $u \rightarrow 0$.

Тогда условие $T = n + A_n$ является необходимым и достаточным для того, чтобы $\mathbf{P}\{\theta_n > 0\} = o(1)$, $n \rightarrow \infty$.

З а м е ч а н и е. Вариант системы (1), в котором $\rho(n) = \rho n$, где $\rho = \text{const}$, $0 < \rho \leq 1$ и $\varphi(n) = n$, рассмотрен в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Масол В. И., Ромашова Л. О. Необхідна і достатня умова існування єдиного розв'язку системи нелінійних випадкових рівнянь у полі GF(3). — IV Міжнародна наукова практична конференція молодих вчених «Шевченківська весна», 2008, ч. 3, с. 34–36.