

Р. К. Халкечев, К. В. Халкечев (Москва, МГГУ). **Случайная фрактальная модель локализации пластической деформации поликристаллов. Зарождение оползней полнокристаллических геоматериалов.**

Наряду с поликристаллическими конструкционными материалами геологические материалы также дают многочисленные примеры локализации. В вопросах устойчивости склонов общим является наблюдение, что деформация концентрируется в узких зонах, по которым происходят большие перемещения породы вниз по склону. Такая локализация играет решающую роль в установлении пределов достижимой степени деформации перед разрушением, что соответствует пластическому неустойчивому состоянию или зарождению оползня.

Рассмотрим трехмерную неограниченную анизотропную среду с неоднородностями в эллипсоидальных областях, плотно прилегающих друг к другу и соответствующих зернам поликристаллов. Пусть C_0 — постоянный тензор модулей упругости, равный осредненным значениям тензора модулей упругости зерна $\langle C \rangle$; $C_0 + C_1$ — то же для эллипсоидальной неоднородности. Тогда тензор модулей упругости с неоднородностями можно представить в виде кусочно-постоянной функции $C(x) = C_0 + C_1(x)$, где $x = (x_0, x_1, x_2)$ — точка среды; $C_1(x)$ — случайный тензор, постоянный в пределах каждой неоднородности.

Введем в рассматриваемую среду поля дислокационных моментов двух типов: m_1 — поле дислокационных моментов, которое приводит к изменениям модуля упругости, m_2 — поле дислокационных моментов, которое определяет пластические деформации.

Тензор полной деформации $\varepsilon(x)$ в среде с таким распределением дислокационных моментов в произвольной аффинной системе координат удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + \int K(R)C_0m_1(x') dV' + \int K(R)C_0m_2(x') dV', \quad (1)$$

где $K(R) = -\nabla\nabla G(x)$; ε_0 — внешнее поле деформаций; $G(x)$ — тензор Грина основной среды; $R = x - x'$; ∇ — градиент по x .

Путем несложных преобразований из (1) получим уравнение для приращений тензора полной деформации

$$d\varepsilon + \int K(R)[C_1 - CTC(I + TC)^{-1}]^{-1} d\varepsilon dV = \varepsilon_0, \quad (2)$$

где

$$T(\sigma) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i(n_i\sigma e_i)(n_i \otimes e_i + e_i \otimes n_i)(n_i \otimes e_i + e_i \otimes n_i);$$

n_i , e_i — нормаль к плоскости скольжения с номером i и направление скольжения соответственно; f_i — функция упрочнения; $\otimes$ — тензорное произведение.

Приращения напряжений и пластических деформаций выражаются через решения последнего уравнения соотношениями

$$d\sigma = C\{I - [I + (TC)^{-1}]^{-1}\} d\varepsilon, \quad d\varepsilon^p = [I + (TC)^{-1}]^{-1} d\varepsilon.$$

Выражение в квадратных скобках — случайное поле. Введя обозначения $M = TC(TC + I)^{-1}$; $L = C(I - M)$; $L_1 = L - \langle L \rangle$, перепишем (2) в следующем виде:

$$d\varepsilon + \int K(R)(C_1 - CM) d\varepsilon dV = d\varepsilon_0. \quad (3)$$

При постоянном значении приращения эквивалентного поля $d\varepsilon'$ в рамках метода самосогласованного поля [1] поле приращений деформации внутри любой неоднородности, находящейся в бесконечной среде с характеристиками $\langle L \rangle$, имеет вид

$$d\varepsilon = (I + AL_1)^{-1} d\varepsilon'. \quad (4)$$

Уравнение относительно $d\varepsilon'$ получим, подставляя (4) в (3) и усредняя результат по ансамблю реализации поля неоднородностей:

$$d\varepsilon' = \langle L[I + A(L - \langle L \rangle)]^{-1} \rangle^{-1} d\sigma_0. \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что приращение тензора деформаций внутри произвольной неоднородности в рамках метода самосогласованного поля определяется выражением

$$d\varepsilon = (I + AL_1)^{-1} \langle L[I + A(L - \langle L \rangle)]^{-1} \rangle^{-1} d\sigma_0. \quad (6)$$

Компьютерный эксперимент с использованием (6) позволяет установить порог перколяции [2]. На этой основе идентифицирован первый бесконечный кластер, указывающий область локализации пластической деформации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964, 583 с.
2. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002, 656 с.