

**А. В. Д у г а р ц ы р е н о в, Е. Л. Б е л ь ч е н к о** (Москва, МГГУ).  
**Приближенное аналитическое решение задачи Стефана.**

Аналитическое решение задач промерзания (оттаивания) горных пород сопряжено с большими трудностями, связанными с нелинейностью уравнений из-за наличия подвижных границ мерзлой и талой зон. В связи с этим полученные в настоящее время решения таких задач основаны на значительных упрощениях реальных процессов и привлечении их простейших моделей. Несмотря на это, аналитические приближения широко используются на практике для оценки глубины и времени промерзания.

Глубина (мощность)  $\xi$  мерзлой зоны находится из выражения  $\xi = \beta\sqrt{t}$ , где  $\beta$  — постоянная. Величина  $\beta$  определяет скорость углубления зоны промерзания и находится из трансцендентного уравнения [1]:

$$\frac{2\lambda_1(T_\Phi - T_B)}{\sqrt{a_1}\operatorname{erf}[\beta/(2\sqrt{a_1})]} \exp\left\{-\frac{\beta^2}{4a_1}\right\} - \frac{2\lambda_2(T_0 - T_\Phi)}{\sqrt{a_2}\operatorname{erfc}[\beta/(2\sqrt{a_2})]} \exp\left\{-\frac{\beta^2}{4a_2}\right\} = L_\Phi W \rho \sqrt{\pi} \beta. \quad (1)$$

Здесь  $\lambda_i$  и  $a_i$  — теплопроводность и температуропроводность породы соответственно в мерзлой ( $i = 1$ ) и талой ( $i = 2$ ) зонах,  $T_0$ ,  $T_B$  и  $T_\Phi$  — соответственно начальная температура талых пород, температуры среды (воздуха) и фазового перехода «вода–лед», ° К.

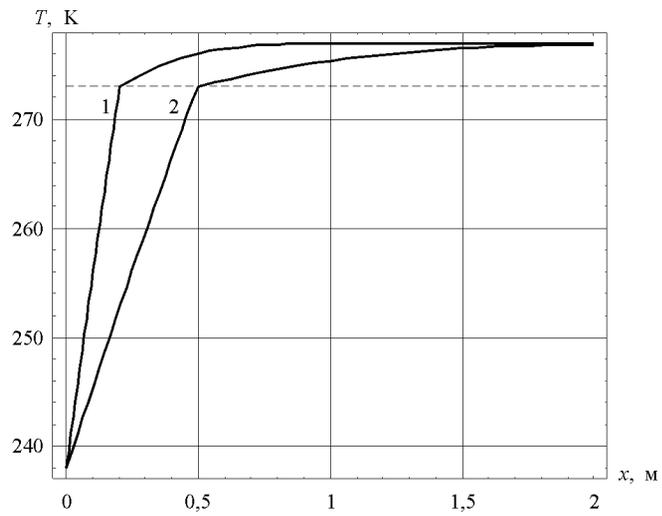
Уравнение (1) достаточно сложное и требует численных методов решения, что препятствует его использованию в инженерных расчетах и общих исследованиях влияния различных факторов на изменение величины  $\xi$ .

В работе, представленной данным сообщением, получено приближенное решение этого уравнения, которое представляет величину  $\beta$  в явном виде:

$$\beta = \left[ W L_\Phi \rho \pi + \frac{\lambda_1(T_\Phi - T_0)}{3a_1} + \frac{\lambda(T_0 - T_\Phi)}{\pi a_2} \right]^{-1} \left\{ \left[ \frac{\lambda_2^2(T_0 - T_\Phi)^2}{\pi a_2} + 2\lambda_1(T_\Phi - T_B) \right]^{1/2} - \frac{\lambda_2(T_0 - T_\Phi)}{\sqrt{\pi a_2}} \right\}. \quad (2)$$

Погрешность вычисления  $\beta$  по формуле (2) не превышает сотых долей процента, т.е. формула (2) является явным видом уравнения (1). Расчеты, проведенные для грубодисперсных пород россыпных месторождений Билибинского месторождения золота (Чукотка), показали следующее.

Графики распределения температуры в промерзшем и талом слоях представлены на рис. Кривые 1 и 2 соответствуют продолжительностям промерзания 1 и 6 суткам. Распределение температуры в мерзлом слое близко к линейному, а в талом — асимптотически стремится к начальной температуре массива. Пунктирная линия на данном рисунке отражает температуру фазового перехода грунтовой влаги и которая для двухзонной модели (для воды) составляет  $T_\Phi = 273^\circ$  К.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.