Н. А. С о к о л о в (Москва, ЦЭМИ РАН). **Сравнение вычислительной эффективности седловых вариантов метода уровней.**

В [1] было предложено два седловых варианта обобщенного метода уровней (О-МУ): нормированный и ненормированный. Обозначим их, соответственно, $\overline{N}_1$ и N_1. Они были протестированы на случайным образом генерированных задачах линейного программирования, имеющих блочно-диагональную структуру (составлена из $K = 5$ или $K = 20$ блоков, каждый из которых имеет 10 строк и 15 столбцов), а также вертикальный (число переменных $n \in N = \{0, 10, 20, \dots, 60\}$) и горизонтальный (число строк $m \in N$) связующие блоки. В вычислительном эксперименте каждая задача решалась с пятью относительными точностями $\varepsilon = 10^{-s}$, $3 \leqslant s \leqslant 7$. Для каждой пары (m, n) (число которых 48) решалась серия из 15 тестовых задач, после чего результаты (число итераций k) усреднялись. Значения параметра λ и штрафного параметра R в методах были приняты равными $1/2$ и 10^3, соответственно.

Результаты тестирования приведены в [1], были сделаны следующие выводы: $\mathcal{N}_1$ значительно медленнее, чем $\overline{\mathcal{N}}_1$; $\overline{\mathcal{N}}_1$ работает стабильно; $\overline{\mathcal{N}}_1$ обладает «почти» геометрической скоростью сходимости (как правило, увеличение точности в 10 раз происходит за «примерно одинаковое» число итераций).

В [2] был предложен (ненормированный) седловой вариант ОМУ другого типа, обозначим его N_2.

Как известно, любой ОМУ можно превратить в классический метод уровней (К-МУ) штрафованием (с коэффициентом $R > 0$) модульного типа, переведя, возможно, нарушаемые ограничения в функционал. Соответствующие методы обозначим $\overline{K}_1$, K_1 (нормированный и ненормированный первого типа) и K_2 (ненормированный второго типа).

Все шесть методов уровней (МУ) были протестированы на том же наборе задач, что и в [1], при тех же параметрах. В табл. приведены результаты сравнения по числу итераций k трех лучших МУ: $\overline{\mathcal{N}}_1$, $\overline{\mathcal{K}}_1$ и $\mathcal{K}_2$. Скорость сходимости остальных МУ ($\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$ и $\mathcal{K}_1$) оказалась значительно медленнее, чем у первых трех МУ.

Анализируя полученные в табл. результаты, можно сделать следующие выводы: МУ $\overline{\mathcal{N}}_1$, $\overline{\mathcal{K}}_1$ и $\mathcal{K}_2$ работают надежно, позволяя достаточно быстро находить решение исходной задачи с высокой относительной точностью ε; скорость сходимости этих методов почти линейна; зависимость числа итераций k от $M + N$ нелинейна и имеет вид «параболы» (так, на рис. изображена зависимость $k = k(M, N)$ от $M + N = 60$); наилучшим по числу итераций оказался ПДБМ $\mathcal{K}_2$, два других имеют примерно одинаковую скорость сходимости.

Работа поддержана РФФИ, проект № 07–06–12009офи.

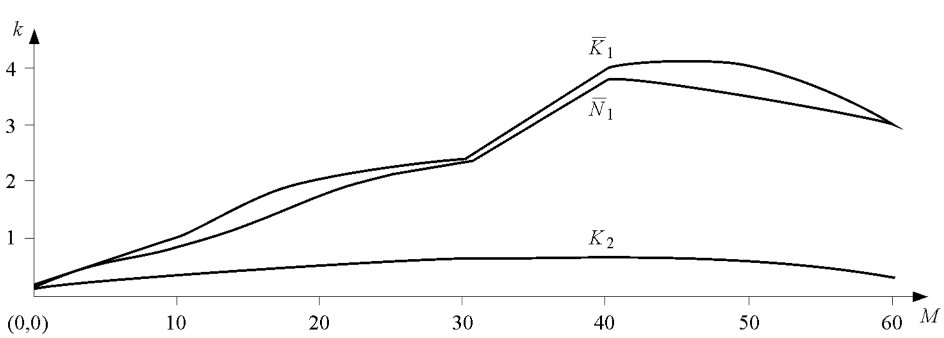

Рис.

Таблица. Сравнение по числу итераций МУ $\mathcal{K}_2$, $\overline{\mathcal{K}}_1$ и $\overline{\mathcal{N}}_1$ (5 блоков)

M	N	$\varepsilon = 10^{-3}$			$\varepsilon = 10^{-5}$			$\varepsilon = 10^{-7}$		
		$\mathcal{K}_2$	$\overline{\mathcal{K}}_1$	$\overline{\mathcal{N}}_1$	$\mathcal{K}_2$	$\overline{\mathcal{K}}_1$	$\overline{\mathcal{N}}_1$	$\mathcal{K}_2$	$\overline{\mathcal{K}}_1$	$\overline{\mathcal{N}}_1$
0	10	23,0	40,7	72,7	42,6	86,0	112,7	54,8	142,0	164,7
0	20	38,5	36,0	34,7	72,7	85,3	88,7	90,0	194,7	166,7
0	30	42,6	43,3	43,3	84,5	110,7	104,7	99,9	210,7	160,0
0	40	51,1	39,3	42,0	91,1	112,7	94,7	112,3	396,0	222,0
0	50	48,9	45,3	45,3	87,3	98,7	86,7	104,3	290,0	146,0
0	60	49,9	44,0	46,0	97,9	104,0	96,7	114,1	210,7	161,3
10	0	31,3	124,0	124,0	41,8	206,7	206,0	50,3	278,7	280,0
10	10	164,4	249,3	356,2	254,0	483,3	667,3	326,2	820,7	1019,3
10	20	178,7	224,7	237,3	258,6	492,0	484,7	321,7	864,7	1050,7
10	30	159,0	210,7	278,0	243,1	420,7	542,7	306,3	672,0	960,0
10	40	183,8	203,3	287,3	291,1	450,7	587,3	368,9	1074,7	1426,0
10	50	164,6	185,3	268,0	269,3	424,0	490,7	346,9	828,0	978,0
10	60	173,7	194,7	430,7	297,7	438,7	712,7	396,1	1302,0	1307,3
20	0	45,4	266,0	266,7	58,0	458,7	458,0	64,8	648,0	652,0
20	10	196,7	344,7	390,7	367,7	947,3	1065,3	478,5	1800,0	1929,3
20	20	248,5	348,0	359,3	374,6	968,7	973,3	452,8	1715,3	1760,7
20	30	231,9	350,7	365,3	354,3	872,7	905,3	435,3	1663,3	1533,3
20	40	262,2	333,3	372,0	404,2	943,3	1040,7	504,9	1706,7	2003,3
20	50	265,3	324,7	404,0	406,0	793,3	870,7	510,8	2180,7	1588,7
20	60	229,4	310,0	322,7	351,5	831,3	809,3	472,7	2456,0	1445,3
30	0	70,5	430,7	430,7	90,4	739,3	738,0	97,7	1048,7	1050,7
30	10	222,3	519,3	880,0	369,8	1366,0	1581,3	440,6	2692,0	2743,3
30	20	305,3	509,3	983,3	527,1	1609,3	2050,7	635,6	2812,7	3284,0
30	30	307,2	455,3	502,7	478,0	1334,7	1368,0	569,5	2293,3	2302,7
30	40	266,7	423,3	452,0	421,1	1288,0	1259,3	525,0	2782,7	2326,7
30	50	269,1	428,7	464,7	389,9	1161,3	1214,0	475,9	2356,7	2106,0
30	60	287,1	412,0	448,0	404,7	1058,7	1130,7	472,8	3276,0	1874,0
40	0	84,1	594,0	587,3	106,2	1069,3	1059,3	118,0	1551,3	1536,7
40	10	242,3	654,7	755,3	464,5	1736,0	1719,3	601,7	3586,0	3626,0
40	20	289,7	612,0	654,7	475,1	2090,7	2200,0	562,9	3686,7	3894,0
40	30	300,0	586,0	616,0	468,7	1756,0	1785,3	548,3	3073,3	3056,0
40	40	318,9	557,3	574,7	476,8	1764,7	1749,3	560,4	2913,3	2982,0
40	50	299,5	482,0	534,7	440,4	1475,3	1560,7	506,9	2564,7	2652,0
40	60	294,5	486,7	508,0	432,7	1344,7	1425,3	514,3	2797,3	2571,3
50	0	112,7	862,0	867,3	142,3	1594,0	1604,0	154,5	2282,7	2305,3
50	10	234,7	585,3	616,0	404,7	1693,3	1820,7	506,1	3386,0	3886,7
50	20	311,1	732,0	806,7	557,4	2752,7	2848,0	659,7	5443,3	5267,3
50	30	325,6	653,3	669,3	487,3	2128,7	2241,3	556,8	3748,0	3945,3
50	40	335,1	692,7	706,0	481,6	2098,7	2092,0	547,6	3758,7	3573,3
50	50	298,5	584,7	603,3	431,5	1727,3	1728,0	502,9	2976,0	2927,3
50	60	338,9	601,3	664,0	515,9	1853,3	1868,0	636,3	3216,7	3252,7
60	0	132,4	1051,3	1035,3	170,5	1974,7	1964,7	191,1	2864,0	2861,3
60	10	241,7	824,7	929,3	392,7	2418,0	2466,0	477,6	5109,3	7312,7
60	30	340,8	873,3	936,7	513,9	3169,3	3353,3	577,7	5496,7	5706,7
60	40	324,1	736,7	808,7	477,3	2532,7	2603,3	539,4	4312,7	4390,7
60	50	355,9	629,3	653,3	516,3	2156,0	2180,0	597,0	3680,0	3795,3
60	60	354,9	680,7	706,0	521,1	2160,7	2242,7	612,6	3766,7	3724,0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бэр К.*, *Гольштейн Е. Г.*, *Соколов Н. А.* Метод отыскания седловой функции, область определения которой содержится в многограннике. — Эконом. матем. методы, 2001, т. 37, № 3, с. 97–105.
2. *Гольштейн Е. Г.* Обобщенный седловой вариант метода уровней. — Ж. вычисл. матем. матем. физ., 2001, т. 41, № 8, с. 1139–1147.