

А. Р. Симонян (Сочи, СГУТиКД). **Времена ожидания в модели Прабху.**

Среди моделей очередей с несколькими входящими потоками особую место занимает модель, обозначаемая $M_r|G_r|1|\infty$ по классификации Кендалла–Башарина [1].

М о д е л ь $M_r|G_r|1|\infty$. В одноканальную систему с ожиданием поступают независимые пуассоновские потоки 1-вызовов, ..., r -вызовов ($\overline{1, r}$ -вызовов) с параметрами $a_k > 0$ ($k = 1, \dots, r$) соответственно. Длительности обслуживания вызовов независимы в совокупности, не зависят от процесса поступления и для k -вызовов ($k = 1, \dots, r$) имеют функцию распределения $B_k(x)$, $B_k(+0) = 0$.

В момент $t = 0$ в системе отсутствуют вызовы.

Д и с ц и п л и н а **П р а б х у** [2]. Поступая в момент t в модель, k -вызов ($k = 1, \dots, r$) приобретает индекс $t + u_k$, где $0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_r$. В любой момент на приборе находится вызов с наименьшим индексом. Прерванный вызов дообслуживается. Параметры $v_k = u_k - u_{k-1}$ ($k = 2, \dots, r$) определяют дисциплину. Случаи $v_k = 0$ и $v_k = +\infty$ соответствуют дисциплинам FIFO и абсолютных приоритетов.

М о д е л ь **П р а б х у** (порядка r) определяется как модель $M_r|G_r|1|\infty$ с дисциплиной Прабху.

Пусть $\bar{w}_k(t)$ ($k = 1, \dots, r$, $t \geq 0$) — условное виртуальное время ожидания (УВ-ВО) k -вызова в момент t при условии прекращения с момента t доступа вызовов в модель; ρ_{k1} — загрузка модели $\overline{1, k}$ -вызовами.

Введем следующие обозначения для модели $M_r|G_r|1|\infty$ с абсолютными приоритетами: $\pi_k(t)$ — период занятости $\overline{1, k}$ -вызовов с задержкой t ; $b_k(u, t)$ — время обслуживания поступивших за $[u, t)$ $\overline{1, k}$ -вызовов; $I_k^u(t)$ — при наличии начальной задержки u время из $[u, t)$, когда модель свободна от $\overline{1, k}$ -вызовов; $\bar{w}_k^0(t)$ — УВВО k -вызова в момент времени t .

Теорема 1 [2]. А) $\bar{w}_k(t) = \bar{w}_k^0(t)$ при $k = r$ или при $k < r$ и $t \leq v_{k+1}$.

Б) Пусть $t > v_{k+1}$ ($k = 1, \dots, r-1$). Тогда на множестве $\{\pi_k(\bar{w}_k(t - v_{k+1})) \geq v_k\}$ выполнено $\bar{w}_k(t) = \bar{w}_{k+1}(t - v_{k+1}) + b_k(t - v_{k+1}, t) - v_{k+1}$, где $b_k(t - v_{k+1}, t)$ и $\bar{w}_k(t - v_{k+1})$ независимы.

На множестве $\{\pi_k(\bar{w}_k(t - v_{k+1})) < v_{k+1}\}$ выполнено $\bar{w}_k(t) = \bar{w}_k^0(v_{k+1} - \pi_k(\bar{w}_{k+1}(t - v_{k+1})))$, где $\bar{w}_k(t)$ и $\pi_k(\cdot)$ независимы.

Теорема 1 используется при $\rho_{r1} \leq 1$. При $\rho_{r1} > 1$ предлагается следующая теорема.

Теорема 2. А) $\bar{w}_k(t) = \bar{w}_k^0(t)$ при $k = r$ или при $k < r$ и $t \leq v_{k+1}$.

Б) Пусть $t > v_{k+1}$ ($k = 1, \dots, r-1$), тогда $\bar{w}_k(t) = \bar{w}_{k+1}(t - v_{k+1}) + b_k(t - v_{k+1}, t) - v_{k+1} + I_k^\Theta(v_{k+1})$, где $\Theta = \bar{w}_{k+1}(t - v_{k+1})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Даниелян Э. А., Димитров Б. Н., Климов Г. П., Матвеев В. Ф. Приоритетные системы массового обслуживания. М.: МГУ, 1973, 447 с.
2. Сандраян С. Н. Анализ модели Прабху. Диссертация на соискание уч. степени канд. физ.-матем. наук. Ереван, 1991, 136 с.