

А. М. Зубков, Н. А. Харитонова, Е. В. Хиль (Москва, МИАН, МГУ). **Формулы для распределений расстояний между соседними локальными максимумами.**

В [1] в связи с разработкой метода проверки статистической гипотезы о том, что элементы наблюдаемой случайной последовательности $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ независимы и имеют одно и то же непрерывное распределение, изучалось распределение длины λ промежутка между соседними локальными максимумами (т. е. моментами выполнения неравенств $\xi_{n-1} < \xi_n > \xi_{n+1}$). При помощи численного интегрирования в [1] были найдены $\mathbf{P}\{\lambda = k\}$ для $k = 2, 3, \dots, 29$. Комбинаторными методами можно получить общие формулы для распределения λ .

Теорема 1. *Если элементы последовательности $\{\xi_n\}$ независимы и имеют одно и то же непрерывное распределение, то*

$$\mathbf{P}\{\lambda = k\} = \frac{3(k+2)(k-1)2^k}{(k+3)!}, \quad k = 2, 3, \dots, \quad \mathbf{M}\lambda = 3, \quad \mathbf{D}\lambda = 3(e^2 - 7) \approx 1, 167.$$

Получены также точные формулы для совместного распределения длин двух соседних промежутков λ_1, λ_2 между локальными максимумами. В общем случае они имеют вид довольно громоздких двойных сумм, однако эти формулы упрощаются, если одна из величин равна 2 или 3:

$$\mathbf{P}\{\lambda_1 = k, \lambda_2 = 2\} = \frac{(k^2 + 9k + 12)(k+4)(k-1)2^k}{(k+5)!},$$

$$\mathbf{P}\{\lambda_1 = k, \lambda_2 = 3\} = \frac{(k+2)(k-1)2^k}{(k+3)!} = \mathbf{P}\{\lambda = k\}\mathbf{P}\{\lambda = 3\};$$

появление промежутка длины 3 является регенерирующим событием, т. е. совокупности длин промежутков до него и после него независимы.

Найдены также формулы для распределения промежутков между локальными максимумами частного класса последовательностей зависимых случайных величин.

Теорема 2. *Пусть $\{\xi_n, n \in \mathbf{Z}\}$ — последовательность независимых случайных величин с одним и тем же непрерывным распределением и $\xi_n^* = \xi_n + \xi_{n+1}$, $n \in \mathbf{Z}$, а λ^* — длина промежутка между локальными максимумами в последовательности $\{\xi_n^*\}$. Тогда при $k = 1, 2, \dots$*

$$\mathbf{P}\{\lambda^* = 2k\} = \frac{4}{[(k+2)!]^2} \left(k^2 - \frac{2}{k+2}\right) C_{2k+1}^k,$$

$$\mathbf{P}\{\lambda^* = 2k+1\} = \frac{8k(k+1)}{(k+2)!(k+3)!} C_{2k+1}^k,$$

$$\mathbf{M}\lambda^* = 4, \quad \mathbf{D}\lambda^* \approx 2, 117.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuketayev A.* Probability distribution of distances between local extrema of random number series. — <http://ru.arxiv.org/pdf/math/0611130>, 2006, 8 pp.