А. С. Андреев, П. А. Иванников (Ульяновск, УлГУ). **О задаче конечного синтеза в моделировании управления дискретной системой.**

В работе, представленной данным сообщением, проведено развитие метода функций Ляпунова в решении задачи синтеза управления дискретной управляемой системой.

Рассматривается управляемая система, описываемая разностными уравнениями

$$x(n+1) = X(n, x(n), u), \quad X(n, 0, 0) \equiv 0, \tag{1}$$

где $x \in \mathbf{R}^n$ — вектор фазовых координат, $u \in \mathbf{R}^m$ — вектор управления ($\mathbf{R}^n$ и $\mathbf{R}^m$ — линейные действительные пространства с нормами $\|x\|$ и $\|u\|$), $X\colon\ Z^+ \times \Gamma \times \mathbf{R}^m \to \Gamma$ — вектор-функция, непрерывная по x при фиксированном $n \in Z^+$, $Z^+ = \{0, 1, 2, 3, \ldots, k, \ldots\}$, $\Gamma \subset \mathbf{R}^n$.

Пусть U есть класс управлений $u = u(n, x)$, $u(n, 0) \equiv 0$, которые могут быть построены на основе обратной связи, определенных и непрерывных в области $Z^+ \times \Gamma$. Введем следующие обозначения: $x = x[n] = x(n, n_0, x_0)$ — управляемый процесс, удовлетворяющий начальному условию $x[n_0] = x(n_0, n_0, x_0) = x_0$ и порождаемый управлением $u[n] = u(n, x[n])$.

Определение 1. Задача конечного синтеза управления состоит в нахождении такого управления $u = u^0(n, x)$, $u \in U$, чтобы процесс $x = x(n, n_0, x_0)$, $\|x_0\| < \Delta$, $\Delta > 0$, совпал с $x(n, n_0, 0) \equiv 0$ при $n = n_0 + N$, $N = N(n_0, x_0) > 0$.

Пусть оценкой качества переходного процесса является величина

$$I(u) = \sum_{k=n_0}^{n_0+N} \omega(k, x[k], u[k]), \quad \omega(k, x, u) \geqslant 0.$$

Определение 2. Задача оптимального конечного синтеза состоит в нахождении такого управления $u = u^0(n, x)$, решающего задачу конечного синтеза, что по сравнению с любыми другими управлениями $u = u(n, x)$, решающими эту задачу, для всех $(n_0, x_0) \in Z^+ \times \{\|x\| < \Delta\}$ выполняется неравенство

$$\sum_{k=n_0}^{n_0+N_0} \omega(k, x^0[k], u^0[k]) \leqslant \sum_{k=n_0}^{n_0+N} \omega(k, x[k], u[k]).$$

Эта задача в нелинейной постановке на основе функций Ляпунова решается следующим образом.

Пусть $V\colon\ Z^+ \times \Gamma \to \mathbf{R}^+$, $V(n, 0) = 0$, есть функция Ляпунова с первой разностью в силу системы (1) при $u = u(n, x)$, определяемой выражением $\dot V[n, x] = V(n+1, X(n, x, u(n, x))) - V(n, x)$.

Введем класс K функций h: $\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ типа Хана [1], и подкласс $K_1 \subset K$ таких функций h, что $\int_0^a h^{-1}(\tau)\, d\tau < +\infty$, $a > 0$.

Теорема 1. *Пусть для системы* (1) *можно найти такие функцию Ляпунова* $V = V^0(n, x)$ *и управляющее воздействие* $u_0 \in U$, *что*:

1) $h_1(\|x\|) \leqslant V(n, x) \leqslant h_2(\|x\|)$, $h_1, h_2 \in K$;

2) $\dot V[n, x] + \omega(n, x, u_0(n, x)) \equiv 0$;

3) $\omega(n, x, u_0(n, x)) \geqslant h_3(V(n, x))$, $h_3 \in K_1$.

Тогда $u = u_0(n, x)$ *решает задачу оптимального конечного синтеза.*

Теорема 2. *Предыдущий результат имеет место, если условие* $V(n, x) \geqslant h_1(\|x\|)$ *заменить на условие*:

4) *процесс, начинающийся на множестве* $\{V(n, x) = 0\} \cap \{\|x\| < \Delta,\ \Delta > 0\}$ *заканчивается в точке* $x = 0$ *при конечном* n.

Полученные в работе результаты развивают результаты работы [1] для задачи конечного синтеза.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08–01–00741, и проекта 2.1.1/6194 РНПВШ Минобрнауки РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кунцевич В. М.*, *Лычак М. М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. М.: Наука, 1977, 400 с.