Е. В. Г а п е ч к и н а (Уфа, УГАТУ). **Об обобщении одного результата Н. В. Крылова.**

Показано, что известная связь (см. [1]) между решениями стохастических дифференциальных уравнений Ито и стохастических дифференциальных уравнений в частных производных с использованием техники симметричных интегралов (см. [2]) может быть сформулирована в детерминированной постановке.

Пусть $X(t) = (X_1(s), \ldots, X_d(s))$, $s \in [0, +\infty)$, — произвольная непрерывная функция неограниченной вариации на любом конечном отрезке $[t_1, t_2] \subset [0, T]$.

О п р е д е л е н и е. Обозначим через $X_k^{(n)}(s)$, $k = 1, 2, \ldots, d$, $s \in [0, +\infty)$, ломаные, построенные по последовательности сгущающихся разбиений T_n. Предположим, что функция $\varphi(s, u_1, \ldots, u_d)$ имеет непрерывные частные производные первого порядка по всем своим переменным. Тогда *симметричным интегралом* $\sum_{k=1}^{d} \int_0^t \frac{\partial}{\partial u_k} \varphi(s, X_1(s), \ldots, X_d(s)) * dX_k(s)$ *по многомерной функции* $X_1(s), \ldots, X_d(s)$ называется предел $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{d} \int_0^t \frac{\partial}{\partial u_k} \varphi(s, X_1^{(n)}(s), \ldots, X_d^{(n)}(s)) * dX_k^{(n)}(s)$. Симметричные интегралы по траекториям винеровского процесса с $P = 1$ совпадают со стохастическими интегралами Стратоновича и являются обобщением последних.

Рассмотрим гладкую по всем аргументам функцию $Z(t, x) = Z(t, x, X(t))$, $t \in [0, T]$, $x \in R^d$, которая является решением детерминированного аналога стохастического дифференциального уравнения с многомерным симметричным интегралом

$$Z_i(t, x, X(t)) = x^i + \int_0^t B^i(s, Z(s, x, X(s)))ds + \int_0^t \sigma^{ik}(s, Z(s, x, X(s))) * dX_k(s), \quad (1)$$

где $i = 1, \ldots, d$, суммирование ведется по k. Решением уравнения (1) называется такая функция $Z(t, x, X(t))$, для которой существуют интегралы в правой части этого уравнения, и которая обращает его в тождество. Обратную функцию по переменной x к функции $Z(t, x)$ обозначим $Z^{-1}(t, y) = Z^{-1}(t, y, X(t))$.

Теорема. *Каждая координата обратной функции* $Z^{-1}(t, y, X(t))$ *является решением задачи Коши для дифференциального уравнения в частных производных с многомерным симметричным интегралом*

$$du(t, x, X(t)) = -B^i(t, x) u'_{x_i}(t, x, X(t))dt - \sigma^{ik}(t, x) u'_{x_i}(t, x, X(t)) * dX_k(t),$$

с начальным условием $u(0, x, X_i(0)) = x^i$, *где* i *— номер координаты, суммирование ведется по* k.

Данная теорема является обобщением результата Н. В. Крылова [1] в том смысле, что вместо винеровского процесса $W(t)$ здесь берется произвольная непрерывная функция неограниченной вариации $X(t)$, а сам результат носит детерминированный характер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Крылов Н. В., Розовский Б. Л.* Стохастические дифференциальные уравнения в частных производных и диффузионные процессы. М.: Мир, 2002, 152 с.
2. *Насыров Ф. С.* Симметричные интегралы и стохастический анализ. — Теория вероятн. и ее примен., 2006, т. 51, в. 3, с. 496–517.