А. Ф. Гильмутдинова (Челябинск, ЮУрГУ). **Неединственность решений в некоторых математических моделях.**

В полосе $(a, b) \times \mathbf{R}$ рассмотрим начально-краевую задачу

$$(\lambda - \nabla^2)(u(x, 0) - u_0(x)) = 0, \tag{1}$$

$$u(a, t) = u(b, t) = 0, \qquad t \in \mathbf{R}, \tag{2}$$

для уравнения Корпусова–Плетнера–Свешникова [1]

$$(\lambda - \nabla^2)u_t = \alpha\nabla^2 u + \beta\nabla(u\nabla u). \tag{3}$$

Это уравнение моделирует квазистационарные процессы в двухкомпонентной полупроводниковой плазме.

С использованием подхода, изложенного в [2], доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Для любых* $\alpha, \beta \in \mathbf{R}\backslash\{0\}$ *при*

(i) $\lambda \in \mathbf{R}\backslash\{-\lambda_k\}$ *существует точно одно решение задачи* (1)–(3) *с любым* $u_0 \in \mathfrak{U}$;

(ii) $\lambda \in \{-\lambda_k\}$ *существует два различных решения задачи* (1)–(3) *с любым таким* $u_0 \in \mathfrak{U}$, *что* $Pu_0 \in \mathfrak{U}^1_+$;

(iii) $\lambda \in \{-\lambda_k\}$ *не существует ни одного решения задачи* (1)–(3) *с любым таким* $u_0 \in \mathfrak{U}$, *что* $Pu_0 \in \mathfrak{U}^1_-$.

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ есть ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. В цилиндре $\Omega \times \mathbf{R}_+$ рассмотрим начально-краевую задачу

$$v(x, 0) = v_0(x),\ x \in \Omega, \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial n} + \lambda v\right)(x, t) = \left(\frac{\partial w}{\partial n} + \lambda w\right)(x, t) = 0, \qquad (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}_+, \tag{5}$$

для системы уравнений Плотникова [3]

$$v_t = \Delta v - \Delta w, \quad 0 = v + \Delta w - \delta w - \alpha w^3 \tag{6}$$

с параметрами $\alpha, \lambda \in \mathbf{R}_+$, $\delta \in \mathbf{R}$. Эта задача соответствует одному из вариантов модели фазового поля в предположении, что время релаксации равно нулю.

Теорема 2. *Пусть* $\beta, \lambda \in \mathbf{R}_+$ *и* $u_0 \in \mathfrak{U}^\alpha$. *Тогда если*:

(i) $\delta \in (0, \nu_1)$, $\alpha \in (1/2, 1)$, *то существует единственное решение задачи* (4)–(6);

(ii) $\delta = \nu_1$, $v_0 \in \mathfrak{U}^\alpha \cap \mathfrak{H}^-$, *то существует единственное решение задачи* (4)–(6);

(iii) $\delta = \nu_1$, $v_0 \in \mathfrak{U}^\alpha \cap \mathfrak{H}^+$, *то существует ровно три решения задачи* (4)–(6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свешников А. Г.*, *Альшин М. О.*, *Корпусов М. О.* Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007.
2. *Свиридюк Г. А.*, *Карамова А. Ф.* О складке фазового пространства одного неклассического уравнения. — Дифф. уравнения, 2005, т. 41, № 10, с. 1400–1405.
3. *Плотников П. И.*, *Клепачева А. В.* Уравнения фазового поля и градиентные потоки маргинальных функций. — Сиб. матем. ж., 2001, т. 42, № 3, с. 651–669.