А. В. К е л л е р (Челябинск, ЮУрГУ). **Численное решение задачи стартового управления для системы уравнений леонтьевского типа.**

Пусть L и M — квадратные матрицы порядка n, $\det L = 0$, M L-регулярна ($\exists\lambda \in \mathbf{C}$: $\det(\lambda L - M) = 0$), $\tau \in \mathbf{R}_+$. В пространстве управлений

$$\overset{\circ}{H}{}^{p+1}(\mathbf{U}) = \{u \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}):\ u^{(p+1)} \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}),\ u^{(q)}(0) = 0, \quad q = 0,1,\ldots,p\},$$

выделим замкнутое выпуклое множество $\overset{\circ}{H}{}^{p+1}_{\partial}$ — множество допустимых управлений, где p — порядок полюса в точке ∞ L-резольвенты оператора M.

Рассматривается задача стартового управления

$$J(v) = \min_{u \in \overset{\circ}{H}{}^{p+1}_{\partial}} J(u) \tag{1}$$

с начальным условием Шоуолтера–Сидорова $[(\alpha L - M)^{-1}L]^p(x(0) - u) = 0$ для

$$L\dot{x}(t) = Mx(t) + y(t), \tag{2}$$

где функционал качества $J = J(u)$ имеет вид

$$J(u) = \sum_{q=0}^{1} \int_0^{\tau} \left\| z^{(q)}(t) - z_0^{(q)} \right\|^2_{\mathfrak{N}} dt + \frac{N}{2}\|u - u_0\|^2_{\mathfrak{N}}. \tag{3}$$

Вектор-функция $u \in \overset{\circ}{H}{}^{p+1}_{\partial}$, для которой выполняется условие (1), называется *оптимальным управлением*, $\|\cdot\|_{\mathfrak{N}}$ — евклидова норма в пространстве $\mathbf{R}^n$.

В основу решения задачи (1)–(3) положены методы фазового пространства и разрешающих групп операторов [1]. В [2] доказана теорема о существовании и единственности стартового управления $v \in \overset{\circ}{H}{}^{p+1}_{\partial}$, минимизирующего функционал (3) в более общем случае. Алгоритм численного решения задачи оптимального управления системой Леонтьевского типа $L\dot{x}(t) = Mx(t) + y(t) + Bu(t)$ с начальным условием Шоуолтера–Сидорова представлены в [3].

В докладе представляется численное решение задачи стартового управления (1)–(3) системой леонтьевского типа с начальным условием Шоуолтера–Сидорова, алгоритм нахождения которого сводится к двум этапам. На первом этапе находятся числа $\alpha \in \mathbf{R}$ и $p \in \{0\} \cup N$. Их величины позволяют определить значение k, с которого начинаем считать приближенные проекторы, при $k > |\alpha|^{-1}\sum_{l=q+1}^{n}|\alpha_l| + 1$ мы не сможем оказаться даже вблизи точки L-спектра оператора M.

Этап 2 заключается в поиске многочлена, минимизирующего функционал. Введем в рассмотрение ряд множеств функций $u_m = \Phi_m(a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{nm})$, $m = 1, 2, \ldots$. Через $\widehat{u}_m$ обозначим m-е приближение — вектор-функцию, дающую наименьшее значение функционала J. Определив значения параметров $\widehat{a_{11}}, \widehat{a_{12}}, \ldots, \widehat{a_{nm}}$, дающие минимум функции $J(a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{nm})$, получаем приближенное решение $\widehat{u} = \Phi(\widehat{a_{11}}, \widehat{a_{12}}, \ldots, \widehat{a_{nm}})$.

Теорема. *Пусть Φ_m всюду плотно в $\overset{\circ}{H}{}^{p+1}_{\partial}$, тогда $J(\widehat{u}_m) \to J(v)$ при $m \to \infty$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semi-groups of Operators. Utrecht-Boston-Koln-Tokyo: VSP, 2003.
2. *Федоров В. Е.*, *Плеханова М. В.* Задача оптимального управления для одного класса вырожденных уравнений. — Изв. РАН, теория и системы управления, 2004, № 5, с. 40–44.

3. *Келлер А.В.* Численное решение задачи оптимального управления вырожденной линейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями Шоуолтера–Сидорова. — Вестник ЮУрГУ, серия матем. моделирование и программирование, 2008, № 27 (127), в. 2, с. 50–56.