Н. А. И р х и н а (Москва, МГУ). **Принцип Ванга подсчета премии в страховании и некоторые критерии сводимости.**

Расчет премии в страховании является одной из фундаментальных задач актуарной науки. Поиск надежного принципа подсчета премии является предметом многочисленных актуарных исследований, однако вопрос о том, какой именно принцип предпочтителен, все еще не решен. В последние десятилетия особый интерес вызывает так называемый *принцип Ванга* подсчета премии [1], [2], формула которого (Wp) после ряда модификаций выглядит следующим образом:

$$H_g(X) = \int_{-\infty}^{0} (g(S_X(t)) - 1)\,dt + \int_{0}^{\infty} g(S_X(t))\,dt,$$

где $S_X(t) = \mathbf{P}\{X > t\}$ — функция дожития для риска X, $g\colon [0,1] \to [0,1]$ — неубывающая функция искажения.

Было установлено, что принцип Ванга является надежной мерой риска, обладая рядом важных практических свойств [3]–[5]. Однако формула Ванга подсчета премии достаточно громоздкая, а также требует знания всей функции распределения рассматриваемого риска, что не всегда доступно в реальных условиях. Поэтому важной задачей является определить, при каких условиях данный принцип эквивалентен более удобному в применении принципу назначения премии по среднеквадратическому отклонению (SDp):

$$\pi(X) = \mathbf{E}\,X + \lambda\sqrt{\mathbf{D}X},$$

где X — риск, $\lambda > 0$, $\pi(X)$ — премия, назначаемая за риск X.

Пусть $\mathcal{L}_2$ — множество распределений, имеющих среднее и дисперсию. *Натуральным множеством* для функции g в отношении распредения $F_X \in \mathcal{L}_2$ случайной величины X называется

$$N_g(X) = \biggl\{F_Y :\ \frac{H_g(X) - \mathbf{E}\,X}{\sqrt{\mathbf{D}X}} = \frac{H_g(Y) - \mathbf{E}\,Y}{\sqrt{\mathbf{D}Y}},\ F_Y \in \mathcal{L}_2\biggr\}.$$

На натуральном множестве Wp и SDp эквивалентны, т. к. в этом случае $H_g(X) = \pi(X)$ с некоторым λ.

Для некоторых классов функций искажения было доказано, что пересечения соответствующих натуральных множеств распределений риска являются сдвигово-масштабными семействами [5]–[7]. Автор предложит несколько достаточных критериев сводимости принципа Ванга к принципу подсчета премии по среднеквадратическому отклонению. При помощи полученных критериев устанавливается сводимость для следующих классов функций искажения: класс строго возрастающих ломаных; класс склеек двух степенных функций; класс возрастающих многочленов с графиками, проходящими через точки (0,0) и (1,1), и ряда других специальных классов функций, в частности, для предложенных Вангом [2]:

$$g_r(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - e^{-rx}}{1 - e^{-r}}, & r > 0, \\ x, & r = 0, \end{cases} \qquad g_r(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1 + rx)}{\ln(1 + r)}, & r > 0, \\ x, & r = 0, \end{cases}$$

$$g_r(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1 + rx} - 1}{\sqrt{1 + r} - 1}, & r > 0, \\ x, & r = 0. \end{cases}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wang S. S.* Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazards transforms. — Insurance: Mathematics and Economics, 1995, v. 17, p. 43–54.
2. *Wang S. S.* Premium calculation by transforming the layer premium density. — ASTIN BULLETIN, 1996, v. 26, p. 71–92.
3. *Christofides S.* Pricing for risk in financial transactions. — Proceedings of the GISG/ASTIN Joint Meeting in Glasgow, Scotland, October, 1998, p. 62–109.
4. *Virginia R. Young.* Discussion of Christofides conjecture regarding Wang's premium principle. — ASTIN BULLETIN, 1999, v. 29, № 2, p. 191–195.
5. *Wang Jing-Long.* A note on Christofides' conjecture regarding Wang's premium principle. — ASTIN BULLETIN, 2000, v. 30, № 1, p. 13–17.
6. *Xian-Yi Wu.* The natural sets of Wang's premium principle. — ASTIN BULLETIN, 2001, v. 31, № 1, p. 139–145.
7. *Аржанова Н. А.* Принцип Ванга подсчета премии. — Труды Воронежской зимней математической школы С. Г. Крейна. Воронеж: ВГУ, 2006, с. 16–20.