А. С. К а л и т в и н (Липецк, ЛГПУ)**. Об интегральном уравнении Романовского в одном классе функций.**

В работе, представленной данным сообщением, изучается интегральное уравнение

$$x(t,s) = \lambda \int_J m(t,s,\sigma)x(\sigma,t)\,d\sigma + f(t,s) \equiv \lambda(Mx)(t,s) + f(t,s). \tag{1}$$

При $J=[a,b]$ и непрерывных на $J\times J\times J$ и $J\times J$ функциях $m(t,s,\sigma)$ и $f(t,s)$ уравнение (1) исследовалось в [1] методом, аналогичным методу определителей Фредгольма. К этому уравнению приводится задача марковских цепей с двухсторонней связью. Уравнение (1) с $J=[a,b]$ и более общие классы уравнений типа Романовского с частными интегралами изучались в монографии [2].

В данном сообщении предполагается, что J — бесконечный или незамкнутый конечный промежуток числовой оси, $t,s,\sigma\in J$, $m(t,s,\sigma)$ и $f(t,s)$ — заданные измеримые функции, а интеграл понимается в смысле Лебега.

Если оператор M действует в банаховом пространстве $\widetilde{C}(D)$ равномерно непрерывных и ограниченных на $D=J\times J$ функций с супремум-нормой, то из разрешимости в $\widetilde{C}(D)$ уравнения (1) следует разрешимость в $\widetilde{C}(D)$ интегрального уравнения

$$x(t,s)=\lambda^2 \int_J\int_J m(t,s,\sigma)m(\sigma,t,\sigma_1)x(\sigma_1,\sigma)\,d\sigma_1\,d\sigma+g(t,s) \equiv \lambda^2(M^2x)(t,s)+g(t,s), \tag{2}$$

где $g(t,s)=\int_J m(t,s,\sigma)f(\sigma,t)\,d\sigma + f(t,s)$. Обратно, если оператор $I+\lambda M$ обратим, то в $\widetilde{C}(D)$ из разрешимости уравнения (2) следует разрешимость уравнения (1).

Пусть функция m интегрально ограничена:

$$\int_J |m(t,s,\sigma)|\,d\sigma \leqslant M < \infty,$$

и непрерывна в целом, т. е. для любого $\varepsilon>0$ найдется такое $\delta>0$, что

$$\int_J |m(t,s,\sigma)-m(t',s',\sigma)|\,d\sigma < \varepsilon \quad \text{при} \quad |t-t'|<\delta, \quad |s-s'|<\delta.$$

Тогда оператор M действует и непрерывен в пространстве $\widetilde{C}(D)$. Если при этом M^2 — компактный оператор в $\widetilde{C}(D)$, то для уравнения (1) в $\widetilde{C}(D)$ с произвольной функцией f из $\widetilde{C}(D)$ справедлива альтернатива Фредгольма. В частности, из обратимости в $\widetilde{C}(D)$ уравнения (2) следует обратимость в $\widetilde{C}(D)$ уравнения (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Романовский В. И.* Избранные труды. Т. 2. Теория вероятностей, статистика и анализ. Ташкент: Наука, 1964, 390 с.
2. *Калитвин А. С.* Интегральные уравнения типа Романовского с частными интегралами. Липецк: ЛГПУ, 2007, 195 с.