

В. М. Корчевский (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Об усиленном законе больших чисел для последовательностей зависимых случайных величин.**

Теорема 1. Пусть $\{X_n\}$ — последовательность одинаково распределенных случайных величин. Положим $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$. Пусть выполнены следующие условия: $\mathbf{E}|X_1| < \infty$,

$$\mathbf{D}\left(\sum_{k=1}^n (X_k I_{\{0 \leq X_k \leq k\}})\right) \leq C \sum_{k=1}^n \mathbf{D}(X_k I_{\{0 \leq X_k \leq k\}}), \quad (1)$$

$$\mathbf{D}\left(\sum_{k=1}^n (X_k I_{\{-k \leq X_k \leq 0\}})\right) \leq C \sum_{k=1}^n \mathbf{D}(X_k I_{\{-k \leq X_k \leq 0\}}), \quad (2)$$

где C — некоторая постоянная. Тогда имеет место соотношение $S_n/n \rightarrow \mathbf{E}X_1$ п. н.

Заметим, что если в условии теоремы 1 случайные величины X_1, X_2, \dots попарно независимы, то условия (1) и (2) будут выполнены.

Теорема 2. Пусть $\{X_n\}$ — последовательность неотрицательных случайных величин с конечными моментами второго порядка. Пусть выполнены следующие условия:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{D}X_n}{n^2} < \infty, \quad \mathbf{E}(S_n - S_m) \leq C(n - m) \quad \text{для всех достаточно больших } n - m,$$

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \text{cov}(X_i, X_j) \leq C \sum_{i,j=1}^n |\mathbf{E}X_i - \mathbf{E}X_j|, \quad \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} \sum_{i=1}^j |\mathbf{E}X_i - \mathbf{E}X_j| < \infty.$$

Тогда имеет место соотношение $(S_n - \mathbf{E}S_n)/n \rightarrow 0$ п. н.