И. К. Коханенко (Ростов-на-Дону, РВИ РВ). **К теории фрактального распознавания.**

При обнаружении и распознавании объектов на основе фрактальной математики [1] в ситуации, характеризующейся наличием в сканируемой области элементов различной размерности, в том числе и дробной, возникает задача оценки размерности такого сложного объекта. Конструктивным инструментом решения такой задачи является следующая теорема.

Теорема. *Пусть компактное множество A есть объединение непересекающихся подмножеств A_i $(i = 1, 2, \dots, m)$; $N(A, \varepsilon)$ — минимальное число шаров радиуса ε, необходимых для покрытия A, а N_i (A_i, ε) — минимальное число шаров радиуса ε, необходимых для покрытия A_i. Топологическая размерность подмножеств A_i равна либо d_1 (доля в A меры таких подмножеств n_2), либо d_2 (доля в A меры таких подмножеств n_3). Поэтому термин шар здесь условен (шар, окружность, отрезок). Тогда размерность d Минковского множества A является решением уравнения*

$$n_2\varepsilon^{-d_1} + n_3\varepsilon^{-d_2} = \varepsilon - d. \tag{1}$$

Доказательство. Из определения размерности Минковского множества A следует, что $N(A, \varepsilon) \approx c\varepsilon^{-d}$, $N_i(A_i, \varepsilon) \approx c_i\varepsilon^{-d_i}$. Здесь c — d-мера множества A, c_i соответственно — A_i. С другой стороны, очевидно равенство $N(A, \varepsilon) = \sum N_i(A_i, \varepsilon)$. Отсюда следует соотношение $c\varepsilon^{-d} = c_2\varepsilon^{-d_1} + c_3\varepsilon^{-d_2}$, или (1) имеет место при $n_i = c_i/c$, $i = 2, 3$.

Следствие. *Пусть компактное множество B является объединением непересекающихся подмножеств A_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ и подмножества A, причем отношение мер множеств B и A равно $c_B/c = 1/n$, $n > 0$. Тогда размерность d_b Минковского множества B является решением уравнения $n_2\varepsilon^{-d_1} + n_3\varepsilon^{-d_2} = (\varepsilon^{-d_b})/n$.*

На графике рис. приведена зависимость $d_b(\varepsilon)$ для ситуации $d_1 = 3$, $d_2 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 3$, $n = 7$.

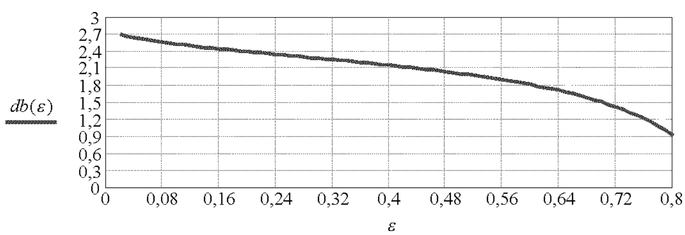

Рис.

Из графика следует один из вариантов появления дробной размерности, которая существенно зависит от разрешения (коэффициента преобразования подобия ε) и от числа звеньев генератора n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коханенко И. К.* Условные фрактальные распределения в пространстве признаков. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16., в. 1.