

В. Л. Куракин (Москва, ТВП). **Рекуррентные функции максимального периода.**

Пусть X^* — множество всех слов над алфавитом $X = \{x_1, \dots, x_k\}$, M — конечное множество. Произвольную функцию $u: X^* \rightarrow M$ мы рассматриваем как аналог k -последовательности, т.е. функции $u: \mathbf{N}_0^k \rightarrow M$ [1]. *Левым* и *правым сдвигом* функции u на вектор $\bar{x} \in X^*$ называются, соответственно, функции $\bar{x}u$, $u\bar{x}$, определяемые равенствами

$$(\bar{x}u)(\bar{y}) = u(\bar{y}\bar{x}), \quad (u\bar{x})(\bar{y}) = u(\bar{x}\bar{y}), \quad \bar{y} \in X^*.$$

Функция u называется *периодической слева*, если множество $X^*u = \{\bar{x}u: \bar{x} \in X^*\}$ всех ее левых сдвигов конечно, и *периодической справа*, если множество uX^* всех ее правых сдвигов конечно. Периодическую справа функцию u будем называть *чисто периодической справа*, если $\forall \bar{x} \exists \bar{y}: u\bar{x}\bar{y} = u$.

Правым периодом $T_r(u)$ периодической справа функции u назовем число ее правых сдвигов, являющихся чисто периодическими справа функциями, а *правой длиной подхода* $\Lambda_r(u)$ — число правых сдвигов функции u , не являющихся чисто периодическими справа функциями. Введенные определения являются аналогами понятий периода и длины подхода обычной последовательности. Выполняются соотношения $\Lambda_r(u) + T_r(u) = |uX^*|$, $\Lambda_r(u) \geq 0$, $T_r(u) \geq 1$.

Функция периодична слева тогда и только тогда, когда она периодична справа, но левый период функции в общем случае не равен ее правому периоду [2], [3].

Конечное подмножество $\mathcal{F} \subset X^*$ называется *правой диаграммой Ферре*, если

$$\forall \bar{x}, \bar{y} \in X^*, \quad \bar{x}\bar{y} \in \mathcal{F} \quad \Rightarrow \quad \bar{y} \in \mathcal{F}.$$

Пусть (\mathcal{F}, Φ) — *правый регистр сдвига* на диаграмме Ферре \mathcal{F} с функцией обратной связи Φ (см. [3]). Если функция u является выходом этого регистра сдвига, то она периодична справа и $\Lambda_r(u) + T_r(u) \leq |M|^{|\mathcal{F}|}$.

В случае $T_r(u) = |M|^{|\mathcal{F}|}$ функцию u назовем *функцией максимального правого периода* над M и \mathcal{F} .

Теорема. *Для любого конечного множества M и любой правой диаграммы Ферре \mathcal{F} существует функция максимального правого периода над M и \mathcal{F} .*

Если $\mathcal{F} = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n\}$, то обозначим $u[\mathcal{F}] = (u(\bar{x}_1), \dots, u(\bar{x}_n)) \in M^n$. Для функции максимального правого периода u выполняется *эффект окна*, означающий, что среди векторов $u\bar{x}[\mathcal{F}]$, $\bar{x} \in X^*$, появляется любой вектор из M^n .

Работа поддержана грантом Президента РФ НШ-4.2008.10.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kurakin V. L., Kuzmin A. S., Mikhalev A. V., Nechaev A. A. Linear recurring sequences over rings and modules. — J. of Math. Sciences, 1995, v. 76, № 6, p. 2793–2915.
2. Куракин В. Л. Периодические функции на свободной полугруппе. — Матем. сборник, 2006, v. 197, № 10, p. 109–128.
3. Куракин В. Л. Свободные регистры сдвига. I. — Труды по дискретной математике, т. 9. М.: Гелиос АРВ, 2006, с. 77–109.