

Ф. С. Насыров (Уфа, УГАТУ). **Обобщенная формула Танаки.**

Известно, что одним из ключевых инструментов стохастического исчисления является формула Ито, которую можно рассматривать как формулу, связывающую стохастические интегралы Стратоновича и Ито. В докладе с помощью разработанной в работах [1]–[3] техники доказывается обобщенная формула Танаки для непрерывных слева предсказуемых интеграндов.

Пусть на полном вероятностном пространстве (Ω, F, P) фиксирован стандартный винеровский процесс $W(s)$, $s \in \mathbf{R}^+$, $W(0) = 0$, с локальным временем $\alpha(t, u)$, $t \in \mathbf{R}^+$, $u \in \mathbf{R}$, совместно непрерывным с вероятностью 1 по переменным (t, u) . Обозначим при каждом t через F_t σ -алгебру, стандартным образом согласованную с винеровским процессом $W(s)$, $s \in \mathbf{R}^+$.

Теорема. Пусть $g(s) = g(s, \omega)$ ($s \in \mathbf{R}^+$) — такая непрерывная слева предсказуемая функция, что с вероятностью 1 конечны интегралы

$$\int_0^t g(s) \alpha(ds, v) \quad \text{и} \quad \int_0^t g(s) \mathbf{1}\{W(s) > v\} dW(s).$$

Тогда справедлива обобщенная формула Танаки

$$\begin{aligned} g(t) \int_{W(0)}^{W(t)} \mathbf{1}\{u > v\} du - \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{h \downarrow 0} \int_0^t \int_{W(0)}^{W(s)} \mathbf{1}\{u > v\} dudg_h^{(n)}(s) \\ = \int_0^t g(s) \mathbf{1}\{W(s) > v\} dW(s) + \frac{1}{2} \int_0^t g(s) \alpha(ds, v), \end{aligned} \quad (1)$$

где $g_h^{(n)}(s) = h^{-1} \int_{s-h}^s g^{(n)}(\tau) \mathbf{1}\{\tau > 0\} d\tau$, $g^{(n)}(\tau) = g(\tau) \mathbf{1}\{-n \leq g(\tau) \leq n\} + n \mathbf{1}\{g(\tau) > n\} - n \mathbf{1}\{g(\tau) < -n\}$, оба предела в левой части формулы (1) есть пределы по вероятности и они заведомо существуют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Насыров Ф. С. Симметричные интегралы и их применение в финансовой математике. — Труды МИРАН, 2002, т. 237, с. 265–278.
2. Насыров Ф. С. Обобщенная формула Ито и потраекторные итовские интегралы. — Вестник УГАТУ, 2005, т. 6, в. 1, с. 33–40.
3. Насыров Ф. С. Симметричные интегралы и стохастический анализ. — Теория вероятн. и ее примен., 2006, т. 51, в. 3, с. 496–517.