

**Г. С. О с и п о в** (Санкт-Петербург, ГМА). **Оценка фрактальности финансовых временных рядов.**

На практике возникает ситуация, когда требуется знать характеристики аттрактора некоторой реальной системы, математическая модель которой неизвестна. Более того, как правило, неизвестна и размерность ее фазового пространства и мы располагаем лишь информацией об изменении во времени одной из динамических переменных системы. Так, на фондовом рынке регистрируются значения логарифмических прибылей.

Для восстановления аттрактора по временному ряду  $\{x_i\}_{i=1}^T$  строится последовательность точек вида  $s_i = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(n-1)\tau})$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $m = T - (n-1)\tau$ , где  $\tau$  — временная задержка,  $n$  — размерность вложения (лаг). По восстановленному аттрактору можно вычислять характеристики реального аттрактора.

Определение размерности фазового пространства основано на вычислении корреляционного интеграла

$$C_n(r) = \frac{2}{m(m-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^m \eta(r - \rho(x_i - x_j)),$$

где  $\eta$  — функция Хевисайда,  $\rho$  — расстояние между точками. Фрактальная размерность  $D$  аттрактора находится из соотношения  $C_n(r) = (ar)^D$ , где  $a$  — константа. Тогда размерность фазового пространства системы определится так:  $n = [D] + 1$ .

Влияние настоящего на будущее может быть выражено корреляционным соотношением  $C = 2^{2H-1} - 1$ , где  $C$  — мера корреляции,  $H$  — показатель Херста.

Для расчета показателя Херста используется метод нормированного размаха, основанный на аппроксимации  $R/S$ , где  $R(\tau) = \max_{t \in [1, \tau]} X_\tau(t) - \min_{t \in [1, \tau]} X_\tau(t)$ ,  $S(\tau) = [\tau^{-1} \sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \langle x \rangle_\tau)^2]^{1/2}$ ,  $X_\tau(t) = \sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \langle x \rangle_\tau)$ ,  $1 \leq t \leq \tau \leq T$ ,  $\langle x \rangle_\tau$  — среднее на интервале  $[1, \tau]$ , зависимость  $R/S = (a\tau)^H$ , где  $a$  — константа.

Показатель Херста может быть преобразован во фрактальную размерность временного ряда с помощью формулы  $D_H = 2 - H$ . Величина  $D_h < 1,5$  будет соответствовать персистентному временному ряду, имеющему более гладкую, менее зазубренную линию, нежели случайное блуждание. Индикатор  $D_H$  может служить показателем риска инвестиций: акции предприятий с высоким уровнем инноваций имеют тенденцию к более низкому уровню  $D_H$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. М.: Мир, 2000, 333 с.
2. Мандельброт Б., Хадсон Р. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006, 400 с.