

Р. С. Пусев (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Асимптотика малых укло-
ний процессов Матерна в L_2 -норме с весом.**

Для $\nu > 1/2$ определим процесс Матерна $X^{(\nu)}(t)$, $t \in [0, 1]$, как гауссовский про-
цесс с нулевым средним и ковариационной функцией

$$G_\nu(s, t) = \frac{2^{3/2-\nu}}{\Gamma(\nu-1/2)} |s-t|^{\nu-1/2} K_{\nu-1/2}(|s-t|), \quad s, t \in [0, 1],$$

где K_α — модифицированная функция Бесселя с индексом α . По-видимому, впервые
эти процессы были рассмотрены в задачах геостатистики [1]. Они также появляют-
ся во многих прикладных вероятностных моделях статистической гидромеханики,
теории электрических шумов (см., например, [2]).

Для случайного процесса $X(t)$, $t \in [0, 1]$, и суммируемой неотрицательной функ-
ции $\rho(t)$, $t \in [0, 1]$, положим $\|X\|_\rho = (\int_0^1 X^2(t)\rho(t) dt)^{1/2}$ (индекс ρ будет опускаться
при $\rho \equiv 1$). Нас интересует асимптотика при $\varepsilon \rightarrow 0$ вероятности $\mathbf{P}\{\|X\|_\rho \leq \varepsilon\}$.

Теорема 1. *Положим $J_h = \int_0^1 \rho(t)^{1/h} dt$. Пусть ρ — суммируемая неотрица-
тельная функция на $[0, 1]$. Тогда*

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{2/(2\nu-1)} \ln \mathbf{P}\{\|X^{(\nu)}\|_\rho \leq \varepsilon\} \\ &= - \left(\frac{2\Gamma(\nu)}{\pi^{2\nu-1/2}\Gamma(\nu-1/2)} \right)^{1/(2\nu-1)} \frac{2\nu-1}{2} \left(\frac{\pi J_{2\nu}}{2\nu \sin(\pi/(2\nu))} \right)^{2\nu/(2\nu-1)}. \end{aligned}$$

Теорема 2. *При $\varepsilon \rightarrow 0$ имеет место соотношение*

$$\mathbf{P}\{\|X^{(2)}\| \leq \varepsilon\} \sim \frac{2^{29/6} e}{3^{1/2} \pi^{1/2}} \varepsilon^{5/3} \exp\left\{-\frac{3}{2^{7/3}} \varepsilon^{-2/3}\right\}.$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 07-01-00159, и гранта НШ-
638.2008.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Matérn B.* Spatial variation. Berlin: Springer-Verlag, 1986.
2. *Яглом А. М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций с при-
мерами из метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1981, 280 с.