С. В. Решетов (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Задача оценивания псевдо-периодической функции, наблюдаемой на фоне стационарного шума.**

Пусть на растущем отрезке $[-T,T]$ наблюдается процесс $Y(t)$,

$$dY(t) = s(t)\,dt + dX(t). \tag{1}$$

Здесь $s \in \mathcal{L}_*$ — неизвестная, подлежащая оцениванию функция, $X(t)$ — гауссовский процесс со стационарными приращениями и спектральной плотностью f, $\mathcal{L}_*$ — компактное подмножество Банахова пространства $\mathcal{L}(\Lambda)$ псевдо-периодических функций со спектральным множеством Λ, выделяемое условием

$$s(t) = \sum_{u\in\Lambda} a(u)e^{iut}, \quad \sum_{u\in\Lambda} |a(u)|^2(|u|+1)^{2\beta} \leqslant C. \tag{2}$$

Предполагается, что Λ — счетное множество, удовлетворяющее условию

$$\tau = \inf_{u\neq v;\, u,v\in\Lambda} |u-v| > 0. \tag{3}$$

Спектральная плотность f удовлетворяет условию

$$\sup_I \frac{1}{|I|}\int_I f(t)\,dt \frac{1}{|I|}\int_I \frac{1}{f(t)}\,dt \leqslant \mathcal{M}, \tag{4}$$

где sup берется по всем интервалам I, $|I|$ — длина I. Обозначим $\mathcal{R}_N(\mathcal{L}_*, T) = \inf_{\widehat{s}} \sup_{s\in\mathcal{L}_*} \mathbf{E}\,\|s-\widehat{s}\|^2_{\mathcal{L}}$ величину минимаксного риска в задаче оценивания неизвестной функции s. Норма $\|\cdot\|_{\mathcal{L}}$ задается соотношением $\|s\|^2_{\mathcal{L}} = \sup_x \int_x^{x+1} |s(t)|^2\,dt$.

Теорема. *Рассмотрим задачу оценивания неизвестной функции s, определенную условиями (1)–(4). Если спектральная плотность f удовлетворяет соотношению*

$$\limsup_{\varepsilon\to 0} M^{2\beta} \sum_{u\in\Lambda,\,|u|\leqslant M} \int_{|u-x|\leqslant\varepsilon} f(x)\,dx < C_1 < \infty,$$

где $M = M(\varepsilon,\gamma,\beta) = \varepsilon^{-1/(2\beta+\gamma+1)}$, $0 \leqslant \gamma < \infty$, то существует такая постоянная $C_3 = C_3(\tau,\beta,\gamma,\mathcal{M},C_1,C)$, что

$$\limsup_{T\to\infty} \frac{\mathcal{R}_N(\mathcal{L}_*,T)}{T^{-2\beta/(1+\gamma+2\beta)}} < C_3 < \infty. \tag{5}$$

З а м е ч а н и е. Если дополнительно выполняется условие

$$\liminf_{\varepsilon\to 0} M^{2\beta} \sum_{u\in\Lambda,\,|u|\leqslant M} \int_{|u-x|\leqslant\varepsilon} f(x)\,dx > C_2 > 0,$$

то оценка в (5) точная.