В. В. Учайкин, Д. В. Учайкин (Ульяновск, УлГУ). **Дробно-дифференциальная модель землетрясения.**

Характерной особенностью землетрясений является множественный характер вторичных подземных толчков, сопровождающих первый, основной толчок. Вторичные толчки следуют друг за другом через случайные промежутки времени и распределяются в пространстве случайным образом, удаляясь (в среднем) от начальной точки. Такой характер процесса наводит на мысль рассматривать последовательность $\{\mathbf{x}_i, t_i\}_{i=1,2,\ldots}$ как траекторию марковской (возможно, обрывающейся) цепи в координатно-временном фазовом пространстве. Эта программа реализована в серии работ Хелмстеттера и Сорнетта (см. статью [1] и библиографию в ней). В рамках данной модели средняя плотность толчков $N(\mathbf{x}, t)$ в однородной безграничной сейсмоактивной среде удовлетворяет интегральному уравнению

$$N(\mathbf{x}, t) = p \int_{\mathbf{R}^3} \int_0^t \phi(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t') N(\mathbf{x}', t') + \delta(\mathbf{x})\delta(t).$$

Коэффициент $p \in (0, 1]$ представляет собой вероятность выживания ($1 - p$ — вероятность обрыва марковской цепи), последний член уравнения относится к первичному толчку, а $\phi(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t')\, d\mathbf{x}\, dt$ — вероятность того, что следующий толчок произойдет в элементе $d\mathbf{x}$ в интервале $(t, t + dt)$ при условии, что предыдущий был в точке $\mathbf{x}'$ в момент t'. Дальнейшее развитие модели осуществлено на основе гипотезы о разделении переменных в переходной плотности $\phi(\mathbf{x}, t) = \psi(\mathbf{x})\xi(t)$ и степенном поведении маргинальных плотностей

$$\int_{|\mathbf{x}|>r} \psi(\mathbf{x})\, d\mathbf{x} \propto r^{-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 2], \quad \int_t^\infty \xi(t)\, dt \propto t^{-\beta}, \quad \beta \in (0, 1],$$

подтверждаемых наблюдательными данными. Преобразование Фурье–Лапласа

$$N(\mathbf{x}, t) \ \mapsto \ \widetilde{N}(\mathbf{k}, \lambda) = \int_{\mathbf{R}^3} \int_0^\infty N(\mathbf{x}, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - \lambda t}\, d\mathbf{x}\, dt$$

приводит интегральное уравнение к алгебраическому, которое в диффузионном пределе ($\mathbf{k} \to 0$, $1 - \widetilde{\psi}(\mathbf{k}) \sim |a\mathbf{k}|^\alpha$, $\lambda \to 0$, $1 - \widehat{\xi}(\lambda) \sim (b\lambda)^\beta$) принимает вид

$$(b\lambda)^\beta \widetilde{N}(\mathbf{k}, \lambda) + (1/p - 1)\widetilde{N}(\mathbf{k}, \lambda) = -|a\mathbf{k}|^\alpha \widetilde{N}(\mathbf{k}, \lambda) + 1/p,$$

соответствующий дифференциальному уравнению в частных производных дробных порядков [2], [3]:

$$(b\, {}_0\mathrm{D}_t)^\beta N(\mathbf{x}, t) + (1/p - 1)N(\mathbf{x}, t) = -(-a\Delta)^{\alpha/2} N(\mathbf{x}, t) + (1/p)\delta(\mathbf{x})\delta(t).$$

В докладе описывается решение этого уравнения дня нескольких важных случаев, приводятся результаты расчетов пространственного и временного распределений толчков, исследуется влияние обрыва траекторий и наличия границ, проводятся сопоставления с результатами других расчетов и наблюдений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 07–01–00517, и Deutsche Forschungsgemeinshaft (SA 861/8-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Helmstetter A.*, *Sornette D.* Phys. Rev., 2002, E66, 061104.
2. *Uchaikin V.*, *Zolotarev V.* Chance and Stability. Utrecht, The Netherlands: VSP, 1999.
3. *Учайкин В. В.* Метод дробных производных. Ульяновск: изд-во Артишок, 2008.