А. В. Ш а п о в а л о в (Москва, ТВП). **Совместность случайной системы уравнений с неравновероятной выборкой двузначных неизвестных.**

Пусть $\Phi_i = \{f_{i,1}, \dots, f_{i,|\Phi_i|}\}$ — упорядоченное множество функций с значениями в множестве A, $|A| > 1$, функции существенно зависят ровно от i переменных, принимающих значения в множестве $B = \{b_0, b_1\}$, $i = 0, 1, \dots, m$. Случайная система уравнений S (система S) относительно n неизвестных состоит из M уравнений, которые выбираются последовательно, случайно и независимо друг от друга, вероятность появления уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \dots, x_{s_i}) = a$ равна $c_{i,j,a}$ для каждого набора (i, j, a), где $i = 0, 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, |\Phi_i|$, a принадлежит области значений функции $f_{i,j}$, сумма $c_{i,j,a}$ по указанным наборам (i, j, a) равна 1. Индексы $s_1, \dots, s_i$ принимают значения $1, \dots, n$ независимо с вероятностями $p_{n,1}, \dots, p_{n,n}$, причем $p_{n,1} + \dots + p_{n,n} = 1$, $\varepsilon_1 < np_{n,k} < \varepsilon_2$, $k = 1, \dots, n$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \sigma^2$ — некоторые положительные константы, $\lim_{n\to\infty}(n \sum_{k=1}^{n} p_{n,k}^2) = \sigma^2$.

Множество $W \subseteq \{1, \dots, i\}$, $|W| = t$, называется *несовместной t-фиксацией* значением b переменных уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \dots, x_{s_i}) = a$, если при фиксации его переменных с номерами из W значением b оно становится несовместным. Пусть это уравнение имеет $t_{i,j,a}^{(b)}$ однозначно определяющихся переменных, равных b, и $k_{i,j,a}^{(b,t)}$ несовместных t-фиксаций значением b его переменных. Обозначим $\mathbf{P}_c(S)$ вероятность совместности системы S; $c^{(b,t)} = \sum_{(i,j,a),\, t\leqslant i\leqslant m} c_{i,j,a} k_{i,j,a}^{(b,t)}$, $c^{(b)} = \sum_{(i,j,a)} c_{i,j,a} t_{i,j,a}^{(b)}$; $R^{(b)}$ — такое минимальное r, что $c^{(b,r)} > 0$; $R^{(b)} = 0$ при $c^{(b,r)} = 0$, $r = 1, \dots, m$.

Теорема. *Если $R^{(b_0)} R^{(b_1)} > 0$, то система S имеет пороговую функцию совместности n при $c^{(0)} + c^{(1)} = 0$ и $n^{1-1/r}$, $r \in \{2, \dots, m+1\}$ при $c^{(b)} > 0$, $R^{(b)} = r-1$, $b \in B$. Во втором случае $\mathbf{P}_c(S) \sim \exp\{-c^r c^{(b,r-1)} (\sigma^2 c^{(b)})^{r-1}\}$ при $M \sim cn^{1-1/r}$, где $c > 0$.*

Совместность системы S при равновероятной выборке неизвестных исследовалась в [1], там же приведены литературные ссылки и алгоритм Al распознавания несовместности реализаций случайной системы уравнений с пороговой функцией $n^{1-1/r}$. При $M \sim cn^{1-1/r}$, $n \to \infty$ пределы сумм вероятностей реализаций системы S, несовместность которых распознают алгоритмы Al и алгоритм полного перебора решений, равны $1 - \mathbf{P}_c(S)$, алгоритм Al имеет трудоемкость порядка $n^{1-1/r}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шаповалов А. В.* Совместность и алгоритм распознавания несовместности реализаций случайных систем дискретных уравнений с двузначными неизвестными. — Дискретн. матем., 2008, т. 20, в. 3, с. 28–39.