А. В. Ш а п о в а л о в (Москва, ТВП). **О совместности случайных систем уравнений с двузначными неизвестными в докритической области.**

Пусть $\Phi_i = \{f_{i,1}, а\ldots, аf_{i,|\Phi_i|}\}$ — упорядоченное множество функций, существенно зависящих ровно от i переменных, принимающих значения в множестве B, $|B| = 2$, $i = 0, 1, а\ldots, аm$, функции принимают значения в конечном множестве A, $|A| > 1$. Случайная система уравнений S (система S) относительно n неизвестных состоит из M уравнений, которые выбираются последовательно, случайно и независимо друг от друга, вероятность появления уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}) = a$ равна $c_{i,j,a}$ для каждого набора (i, j, a), где $i = 0, 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, |\Phi_i|$, a принадлежит области значений функции $f_{i,j}$, сумма $c_{i,j,a}$ по указанным наборам (i, j, a) равна 1. Выбор упорядоченного множества неизвестных $\{x_{s_1}, \ldots, x_{s_n}\}$ для каждого уравнения с функцией из Φ_i осуществляется случайно, независимо и равновероятно из всех $n(n-1)\ldots(n-k+1)$ возможных наборов неизвестных по i штук, $i = 0, 1, а\ldots, аm$.

Если из уравнения $f_{i,j}(x_{s_1}, \ldots, x_{s_i}) = a$ следует ограничение $(x_s, x_k) \in D(b_1, b_2) = \{(b_1, b_2), (\bar{b}_1, \bar{b}_2)\}$, причем $D(b_1, b_2)$ — минимальное относительно отношения включения множество с таким свойством, то пара переменных (x_s, x_k) частично определяется из этого уравнения. Пусть $t_{i,j,a}^{(b_1,b_2)}$ — число частично определяющихся из этого уравнениия пар переменных, удовлетворяющих ограничению $D(b_1, b_2)$, $\mathbf{P}_c(S)$ — вероятность совместности системы S, $c_2^{(b_1,b_2)} = c_2^{(b_2,b_1)} = \sum_{(i,j,a)} c_{i,j,a} t_{i,j,a}^{(b_1,b_2)}$.

Теорема. *Если система S имеет пороговую функцию n и $M \sim cn$, $0 < c < (\sum_{j=2}^{m} c_i i(i-1))^{-1}$, $c_2 + \cdots + c_m > 0$, то $\underline{\lim}_{n\to\infty} \mathbf{P}_c(S) > 0$ тогда и только тогда, когда $c_2^{(b_1,b_2)} > 0$ при $b_1 \not\equiv b_2$. В этом случае несовместные реализации системы S со стремящейся к 1 при $n \to \infty$ вероятностью содержат минимальные (по числу уравнений) несовместные подсистемы, которые при соответствующем упорядочении уравнений удовлетворяют условиям: 1) из t-го уравнения частично определяется пара переменных $(x_{s_t}, x_{k_t}) \in D(b_{s_t}, b_{k_t})$, $t = 1, \ldots, r$ (r — число уравнений в такой подсистеме); 2) $k_t = s_{t+1}$, $t = 1, \ldots, r-1$, $k_r = s_1$ и пары уравнений таких подсистем не имеют других общих переменных; 3) число ограничений $D(b_{s_t}, b_{k_t})$, для которых $b_{s_t} \not\equiv b_{k_t}$, нечетно.*

Если неизвестные булевы, т. е. $B = \{0, 1\}$, то ограничение $D(b_{s_t}, b_{k_t})$ принимает вид $x_{s_t} \oplus x_{k_t} = b_{s_t} \oplus b_{k_t} = a_t$, $t = 1, \ldots, r$, а условие 3) эквивалентно $a_1 \oplus \ldots \oplus a_r = 1$, где $\oplus$ — операция булевого сложения. Классификация пороговых функций совместности системы S проведена в [1]. В данной работе завершена классификация минимальных несовместных подсистем несовместных реализаций системы S в докритической области ее эволюции, т. е. при при $M = o(n)$ и в условиях теоремы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шаповалов А. В.* Совместность и алгоритм распознавания несовместности реализаций случайных систем дискретных уравнений с двузначными неизвестными. — Дискретн. матем., 2008, т. 20, в. 3, с. 28–39.