А. В. Шмаков (Москва, МГУЛ). **Дифракция акустической волны на сферической поверхности.**

Сферическая поверхность окружена идеальной сжимаемой жидкостью. В жидкости распространяется акустическая волна, параметры которой считаются заданными. На основании методики, изложенной в работе [2], построено аналитическое решение для волны, отраженной от сферической поверхности. Решение представлено в виде интегральных уравнений Вольтерра. Ядрами интегральных уравнений являются частные решения уравнений гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости, выраженные через полиномы Лежандра первого рода. Параметры акустической волны разлагаются в ряды Фурье по угловой координате:

$$V(r,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty} V_n Y_n(\cos\theta), \quad U(r,\theta,t)=\sum_{n=1}^{\infty} U_n Y_n^1(\cos\theta), \quad P(r,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty} P_n Y_n(\cos\theta),$$

где $Y_n(\cos\theta)$, $Y_n^1(\cos\theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра нулевого и первого порядка; P — давление в жидкости; V, U — нормальная и тангенциальная скорость жидкости; r, t, θ —текущий радиус, время, угол. В качестве масштабов выбраны величины: $[P]=\rho a^2$, $[V,U]=a$, $[t]=R/a$, $[r]=R$, где ρ — плотность жидкости, a — скорость звука в жидкости, R — радиус.

Следуя [2], решение для n-й гармоники разложения параметров отраженной акустической волны запишем в виде

$$\begin{aligned}
P_n(r,t) &= \int_0^{t-r+1} \frac{\Omega_{pn}(\tau)}{a_n}(\xi Y_n(\xi) - Y_{n-1}(\xi))\,d\tau, \quad \xi=\frac{t-\tau+1}{r},\\
V_n(r,t) &= \int_0^{t-r+1} \frac{\Omega_{vn}(\tau)}{b_n}(Y_n(\xi)(1+(n-1)\xi^2) - n\xi Y_{n-1}(\xi))\,d\tau,\\
U_n(r,t) &= \int_0^{t-r+1} \frac{\Omega_{un}(\tau)}{c_n}(Y_n(\xi)(n(n+1)(\xi^2-1) - 2n\xi^2) + 2n\xi Y_{n-1}(\xi))\,d\tau,
\end{aligned}$$

где $a_n=(n+1)$, $b_n=(n+2)(n-1)$, $c_n=(n+2)(n+1)n(n-1)$.

Неизвестные переходные функции $\Omega_{pn}(\tau)$, $\Omega_{vn}(\tau)$, $\Omega_{un}(\tau)$ связаны между собой зависимостями для n-й гармоники разложения: $\Omega_{vn}(\tau)=\Omega_{un}(\tau)=-\Omega_{pn}(\tau)$.

Для определения переходных функций используется граничное условие. В частности, если сферическая поверхность является абсолютно жесткой, то сумма скоростей падающей и отраженной волн при $r=1$ равна нулю. Для n-й гармоники

$$\int_0^t \frac{\Omega_{vn}(\tau)}{b_n}(Y_n(\xi)(1+(n-1)\xi^2) - n\xi Y_{n-1}(\xi))\,d\tau = -V_n^{\text{пад}}(1,t), \quad \xi=t-\tau+1,$$

где $V_n^{\text{пад}}(1,t)$ — n-я гармоника разложения падающей волны. Общая дифракционная картина определяется как суперпозиция падающей и отраженной волн. Рассмотрена дифракция плоской ступенчатой волны единичной амплитуды на жесткой сфере. Приведено сравнение с результатами [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мнев Б. Н.*, *Перцев А. К.* Гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1970, 366 с.
2. *Шмаков А. В.* Определение параметров сходящейся сферической волны через полиномы Лежандра. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 4, с. 684–685.