

В. П. А р х и п о в, О. А. В е р з и л и н а (Старый Оскол, СТИ МИСиС).
Расчет температурного режима в системе тел с учетом взаимного теплообмена излучением.

Работа, представленная данным сообщением, посвящена методам численного расчета температуры в системе цилиндрических абсолютно черных тел (физический процесс соответствует технологической операции отжига спакетированных металлических прутков в печах отжига). В каждом ортогональном сечении математическая формулировка приводит к нелинейной начально-краевой задаче с нелокальными граничными условиями, описывающими взаимный теплообмен излучением в системе абсолютно черных тел.

Пусть $\Omega = \cup_{k=1}^m \Omega_k$, $\text{mes}(\Omega_k \cap \Omega_p) = 0$ при $k \neq p$, где $\Omega_k = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2)\} \in \mathbf{R}^2$ суть ограниченные выпуклые плоские области с кусочно гладкими границами Γ_k , общей границей $\Gamma = \cup_{k=1}^m \Gamma_k$. Рассмотрим следующую задачу: найти в области $G = \Omega \times \{0 \leq t \leq T\} = \Omega \times H$ функцию $u(\mathbf{x}, t)$ распределения температуры заготовок, удовлетворяющую уравнению

$$c(u)\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

начальным и граничным условиям:

$$u(\mathbf{x}, 0) = u_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, \quad (2)$$

$$\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} + \sigma(u - u_f) + \chi u^4 = \chi \int_{\Gamma \setminus \Gamma_k} \varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) u^4(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}, \quad (3)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \Gamma_k, \quad \boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2) \in \Gamma \setminus \Gamma_k, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где $c(u)$, ρ , $\lambda(u)$, σ , χ — положительные коэффициенты, определяющие внутренние свойства металла, условия теплообмена и теплового излучения на его поверхности, u_f — переменная температура внешнего пространства, $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ — единичный вектор внешней нормали к границе Γ . Функция $\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ (угловой коэффициент взаимного излучения заготовок) имеет вид

$$\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \frac{(\mathbf{n}(\mathbf{x}), \mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})(\mathbf{n}(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{\xi} - \mathbf{x})}{2|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3}, & \text{если } [\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}] \cap \Omega = \emptyset, \\ 0, & \text{если } [\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}] \cap \Omega \neq \emptyset. \end{cases}$$

Глобальная разрешимость задачи, подобной (1)–(3), рассматривалась в [1].

Для модельных областей Ω_k (прямоугольных, правильных шестиугольников, равных кругов) построены разностные схемы, аппроксимирующие задачу (1)–(3). Методами, близкими к методам [2], установлена их разрешимость, устойчивость и сходимость, предложены итерационные алгоритмы численного решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амосов А. А. Глобальная разрешимость одной нелинейной нестационарной задачи с нелокальным краевым условием типа теплообмена излучением. — Дифф. уравнения, 2005, т. 41, № 1, с. 93–104.
2. Карчевский М. М., Федотов Е. М. Разностный метод решения задачи теплообмена излучением. — Дифф. уравнения, 1990, т. XVI, № 7, с. 1226–1234.