**Я. Е. Ромм, Л. Н. Аксайская** (Таганрог, ТГПИ). **Минимизация временной сложности таблично-алгоритмического вычисления функций.**

Конструируется динамически распараллеливаемая схема минимизации временной сложности кусочно-полиномиальной аппроксимации функций на основе интерполяционного полинома Ньютона. Пусть дана функция действительной переменной

$$y = f(x), \qquad x \in [a, b], \tag{1}$$

отрезок $[a, b]$ произвольно фиксирован. Выбирается система подынтервалов равной длины:

$$[a, b] = \bigcup_{i=0}^{P-1} [x_i, x_{i+1}), \quad x_{i+1} - x_i = (b - a)/P, \qquad i = 0, 1, \ldots, P - 1. \tag{2}$$

Для априори заданной границы $\varepsilon$ абсолютной погрешности аппроксимации функции (1) и для каждого подынтервала из (2) строится полином Ньютона степени $n$, где $n$ выбирается минимальным для достижения заданной точности приближения одновременно на всех подынтервалах. Полученный полином преобразуется к виду

$$P_n(x) = a_{0if} + a_{1if}x + a_{2if}x^2 + \cdots + a_{nif}x^n, \quad x \in [x_i, x_{i+1}), \quad n = \mathrm{const}, \tag{3}$$

при этом

$$|f(x) - P_n(x)| \leqslant \varepsilon, \quad x \in [x_i, x_{i+1}), \qquad i = 0, 1, \ldots, P - 1. \tag{4}$$

В (3), (4) значение $n$ выбирается одинаковым для всех подынтервалов. Если функция известна и для нее $n$ найдено, то для каждого подынтервала из (2) набор коэффициентов из (3) можно записать в память компьютера и сделать хранимым. Для вычисления функции дешифруется номер $i$, который служит адресом выборки коэффициентов (3). Если $x \in [x_i, x_{i+1})$, то $i = \mathrm{int}((x-a)/H)$, где int — целая часть числа, $a$ из (1), $H = x_{i+1} - x_i$. Отсюда способ именуется *таблично-алгоритмическим.* Время дешифрации $t = O\,(1)$, сложность дальнейшего вычисления функции зависит от степени полинома (3), по схеме Горнера его значение вычисляется с временной сложностью $t = n(t_y + t_c)$, где $t_c$, $t_y$ — время бинарного сложения и умножения соответственно. За счет уменьшения длины подынтервала степень $n$ в (3) можно сделать «сколь угодно» малой при соответственном возрастании $P$ в (2). Соответственно $n$ время вычисления функции оказывается минимальным. Для осуществления данного построения вычисление коэффициентов начинается с $n = 1$ при минимальном $P$. В случае невозможности достижения точности (4) значение $P$ удваивается; это продолжается до нарушения границ $P$; при их нарушении снова делается переход к минимальному $P$, но уже при $n = 2$, и т. д. В рамках интерполяции по Ньютону схема минимизации степени полинома детализируется следующим образом. Если границы $i$-го подынтервала из (2) обозначить $a_{i0}$, $b_{i0}$, шаг интерполяции $w_i = (b_{i0} - a_{i0})/n$, то узлы записываются в виде $x_{ij} = a_{i0} + jw_i$, $j = 0, 1, \ldots, n - 1$. Полином Ньютона степени $n$ на $i$-м подынтервале для функции (1) примет вид

$$\Psi_{ni}(t) = f(x_{i0}) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta^j y_{i0}}{j!} \prod_{k=0}^{j-1} (t - k), \tag{5}$$

где $\Delta^j y_{i0}$ — конечная разность $j$-го порядка в точке $x_{i0}$, $t = (x - x_{i0})/w_i$. Процесс приведения (5) к виду, аналогичному (3), влечет $a_{0if} = f(x_{i0})$, $a_{lif} = \sum_{j=l}^{n} b_{ij}d_{lj}$, где $b_{ij} = \Delta^j y_{i0}/j!$, $d_{lj}$ — коэффициенты полиномов вида $P_{nj}(t) = d_{0j} + d_{1j}t + d_{2j}t^2 + \cdots + d_{nj}t^n$ с натуральными корнями, входящими в состав полинома Ньютона. На изложенной основе удается вычислять функции общего вида за время $t = O\,(1)$ и с такой же оценкой времени вычислять их производные, а также интегралы с высокой точностью. Динамическая распараллеливаемость схемы возникает вследствие априори заданных корней и индексов в (5), что влечет эффективное параллельное вычисление $P_{nj}(t)$.