Н. С. Бузало, А. Н. Никифоров (Новочеркасск, ЮРГТУ(НПИ)). **Модификация метода маркеров и ячеек для уравнений естественной конвекции.**

Предложен численный алгоритм решения трехмерной нестационарной краевой задачи для системы уравнений, описывающей динамику несжимаемой среды в условиях свободной конвекции в приближении Буссинеска, основанный на разностном методе маркеров и ячеек.

Система уравнений естественной конвекции включает уравнения несжимаемости, сохранения количества движения (Навье–Стокса), сохранения энергии (конвекции–диффузии). Уравнения записываются в дивергентном виде:

$$\operatorname{div} V = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div}(VV^T) = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \beta\overline{g}(T - T_0) + v\Delta V,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div}(VT) = \frac{k}{\rho C_\rho}\Delta T + \frac{1}{\rho C_\rho}Q.$$

Уравнения дополняются начальными и граничными условиями.

Задача аппроксимируется на полностью разнесенной сетке: давление и температура определяются в центре прямоугольной ячейки, а компоненты скорости — на различных границах. Область окружается одним слоем фиктивных ячеек. Уравнение неразрывности аппроксимируется центральными разностями относительно центра ячейки (i, j, k). Для каждого из уравнений Навье–Стокса и уравнения сохранения энергии используются явные разностные выражения, центрированные относительно $(i + 1/2, j, k)$, $(i, j + 1/2, k)$, $(i, j, k + 1/2)$ и (i, j, k) соответственно. Градиент давления аппроксимируется неявно. Подстановка разностных уравнений Навье–Стокса в дискретное уравнение неразрывности позволяет получить разностное уравнение Пуассона для давления.

Для вычисления температуры, давления и скорости на новом временном шаге осуществляется следующий цикл: 1) проверка необходимых условий устойчивости (ограничения на сеточные числа Фурье и Куранта для уравнения конвекции–диффузии); 2) вычисление температуры по явной формуле; 3) решение уравнения Пуассона для давления; 4) проверка глобального условия для давления $\sum_\Omega p_{i,j,k} = 0$, его выполнение характеризует зону устойчивости построенной разностной схемы (при расчете в замкнутых областях); 5) вычисление значений компонент скорости по явным формулам с использованием полученных значений температуры и давления.

Тестовые расчеты показали, что построенная разностная схема пригодна для решения многих задач о течениях жидкости в замкнутых областях. Однако в алгоритме имеются жесткие ограничения на размерность шагов, поэтому он пригоден, главным образом, для выполнения локальных расчетов движения среды по пространству и времени. По этой причине алгоритм зачастую не позволяет определять характеристики течений, близких к установившимся.

Однако для локальных по времени расчетов то, что используемая разностная схема является явной и однослойной, дает ей значительное преимущество во времени расчетов по сравнению с известными алгоритмами типа SIMPLE и неявными схемами. Поэтому алгоритм может быть использован при реализации достаточно масштабных проектов, например, при решении оптимизационных задач или мультипликационной визуализации данных.